

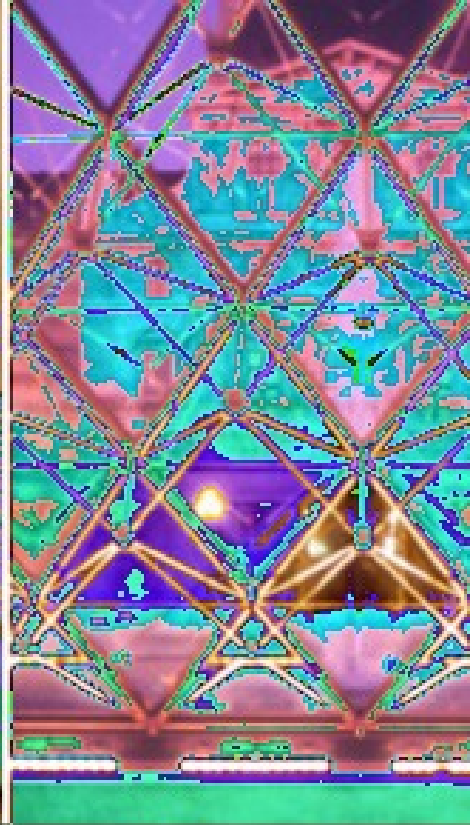
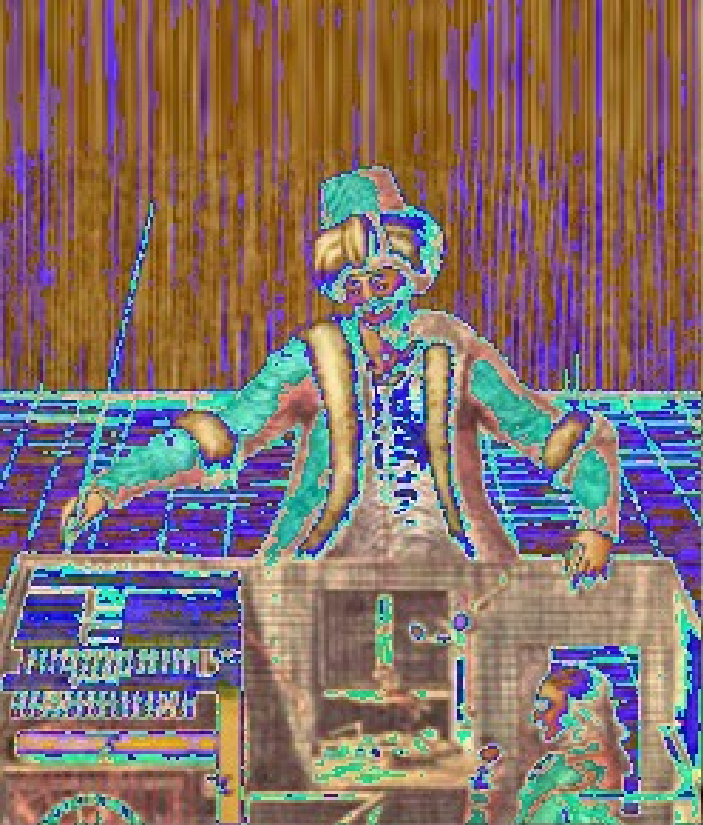
VON EULER BIS ZUR GEGENWART

H. Wußing

6000 Jahre Mathematik

Eine kulturgeschichtliche Zeitreise

 Springer



VON EULER BIS ZUR GE

H. Wußing

6000 Ja

Vom Zählstein zum Computer

Herausgegeben von

H.-W. Alten · A. Djafari Naini · H. Wesemüller-Kock
Institut für Mathematik und Angewandte Informatik
Zentrum für Fernstudium und Weiterbildung
Universität Hildesheim

In der Reihe „Vom Zählstein zum Computer“
sind bisher erschienen:

6000 Jahre Mathematik

Band 1: Von den Anfängen bis Leibniz und Newton

Wußing

ISBN 978-3-540-77189-0

4000 Jahre Algebra

Alten, Djafari Naini, Folkerts, Schlosser, Schlotte, Wußing

ISBN 978-3-540-43554-9

5000 Jahre Geometrie

Scriba, Schreiber

ISBN 978-3-540-22471-6

Überblick und Biographien,

Hans Wußing et al. ISBN 978-3-88120-275-6

Vom Zählstein zum Computer – Altertum (Videofilm),

H. Wesemüller-Kock und A. Gottwald ISBN 978-3-88120-236-7

Vom Zählstein zum Computer – Mittelalter (Videofilm),

H. Wesemüller-Kock und A. Gottwald

Hans Wußing

6000 Jahre Mathematik

Eine kulturgeschichtliche Zeitreise –
2. Von Euler bis zur Gegenwart

Mit einem Ausblick von Eberhard Zeidler

Unter Mitwirkung von Heinz-Wilhelm Alten
und Heiko Wesemüller-Kock

Mit 435 Abbildungen, davon 269 in Farbe

 Springer

Professor Dr. Hans Wußing
Sächsische Akademie der Wissenschaften zu Leipzig
Karl-Tauchnitz-Str. 1
04107 Leipzig

ISBN 978-3-540-77313-9

e-ISBN 978-3-540-77314-6

DOI 10.1007/978-3-540-77314-6

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Mathematics Subject Classification (2000): 01-99, 01A05

© 2009 Springer-Verlag Berlin Heidelberg

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Einbandgestaltung: deblik, Berlin
Herstellung: le-tex publishing services oHG, Leipzig
Satz: Sylvia Voß, Hildesheim

Gedruckt auf säurefreiem Papier

9 8 7 6 5 4 3 2 1

springer.de

Vorwort des Herausgebers

Mit diesem Band 2 wird die kulturgeschichtliche Zeitreise durch 6000 Jahre Mathematik bis in die Gegenwart fortgesetzt. In spannungreichem Bogen führt Hans Wußing in diesem Band die Leser durch die Mathematik der drei letzten Jahrhunderte, eingebettet in die politischen und kulturellen Ereignisse der jeweiligen Epoche und die lebendig beschriebenen Biographien und persönlichen Schicksale der Mathematiker als Forscher und Lehrer.

Ist Leonhard Euler mit seiner ungeheuren Schaffenskraft und Produktivität der herausragende Mathematiker im 18. Jahrhundert, Carl Friedrich Gauß der alle überragende Princeps Mathematicorum im 19. Jahrhundert, so ist David Hilbert der weltweit unumstrittene große Mathematiker im ausgehenden 19. und in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts. Ihnen widmet deshalb Hans Wußing besondere Abschnitte zwischen den Darstellungen der erstaunlichen Fortschritte und Ergebnisse vieler anderer Mathematiker in einzelnen Gebieten und Epochen.

Die durch Leibniz und Newton ausgelöste stürmische Entwicklung der Analysis und die Entstehung ihrer Teildisziplinen, die Anfänge wissenschaftlicher Wahrscheinlichkeitstheorie, enorme Fortschritte in Algebra und Zahlentheorie und die Entdeckung und Erschließung neuer Gebiete der Geometrie – darstellende, projektive, n -dimensionale und nichteuklidische Geometrie – kennzeichnen die Entwicklung im 18. und 19. Jahrhundert, Hilberts Axiomatisierung der Geometrie und Cantors Begründung der Mengenlehre den Aufbruch zu neuen Ufern an der Wende zum 20. Jahrhundert.

Das 20. Jahrhundert selbst wartet mit einer kaum beschreibbaren Fülle neuer Begriffe, Gebiete und Ergebnisse auf. Diskussion der Grundlagen, Axiomatisierung, moderne Algebra, Funktionalanalysis, algebraische Geometrie, mathematische Physik und Stochastik sind Stichworte für die erste Hälfte dieses Jahrhunderts. Strukturmathematik à la Bourbaki und Computer markieren und bestimmen die Entwicklung in der zweiten Hälfte.

All dies hat Hans Wußing auf dem Hintergrund der durch die beiden Weltkriege und die dunkle Zeit des Nationalsozialismus geprägten allgemeinen Entwicklung prägnant und lebendig beschrieben, abgeschlossen durch den Bericht über inzwischen gelöste und weiterhin ungelöste Probleme der Mathematik.

Gedanken zur Zukunft der Mathematik – so hat Prof. Dr. Eberhard Zeidler, ehem. Direktor des Max-Planck-Instituts für Mathematik in den Naturwissenschaften in Leipzig, seinen Ausblick ins 21. Jahrhundert benannt. Er beschreibt darin eindrucksvoll die derzeit behandelten Themen und Probleme und deren richtungweisende Anstöße für die Forschung zur weiteren Entwicklung der Mathematik.

Der zeitliche Schnitt zwischen den beiden Bänden erst an der Wende vom 17. zum 18. Jahrhundert ist ein deutlicher Hinweis auf die enorme Ausbreitung und Zunahme mathematischer Forschung und ihrer Ergebnisse in den letzten drei Jahrhunderten im Vergleich zu den Jahrtausenden davor.

Diese Zunahme – insbesondere der geradezu exponentielle Zuwachs im 20. Jahrhundert – war für Autor und Herausgeber eine große Herausforderung: Die Entstehung neuer mathematischer Disziplinen mit vielen Teildisziplinen und deren Verflechtung erschweren eine inhaltliche Gliederung, die zeitlich unterschiedlichen Entwicklungen desselben Gebietes eine chronologische Darstellung, und die weltweite Ausbreitung, die manchmal gleichzeitige, oft auch zeitlich versetzte mathematische Forschung in verschiedenen Ländern, Kulturkreisen oder Schulen hindern eine strenge Gliederung nach Regionen wie in den frühen Kulturen.

Das Gleiche gilt für die Einbettung der mathematischen in die allgemeine kulturelle (und politische) Entwicklung. Auch hier bietet sich ein Wechsel rein inhaltlicher, chronologischer oder nur an Regionen orientierter Darstellung an. So haben Autor und Herausgeber einen Kompromiss für die Struktur des vorliegenden Bandes gesucht.

Dem Autor Wußing ist es gelungen, die Fülle des Stoffes soweit wie möglich in den aufeinander folgenden Epochen jeweils nach Gebieten gegliedert darzustellen und parallel dazu die Entwicklung der Mathematik in einzelnen Ländern zu beschreiben, im Hinblick auf den Umfang des Bandes allerdings beschränkt auf ausgewählte Regionen. Als besonders problematisch erwies sich die Darstellung der Entwicklung im 20. Jahrhundert angesichts der kaum noch überschaubaren Fülle der Forschungsergebnisse, insbesondere in der zweiten Hälfte dieses Jahrhunderts, da sie bisher nur zum geringsten Teil mathematikhistorisch aufbereitet und bewertet wurden. So musste auch hier der Autor wieder den „Mut zur Lücke“ haben und dabei zwangsläufig eine subjektiv geprägte Auswahl treffen (siehe dazu die Ausführungen zur Historiegraphie des 20. Jahrhunderts in Kap. 11).

Mit entsprechenden Problemen sah sich der Herausgeber bei den Tabellen am Anfang und Ende der Kapitel konfrontiert. Zwar ließen sich die allgemeine politische Geschichte und die wichtigsten Ergebnisse in Technik und Naturwissenschaften chronologisch geordnet tabellarisch darstellen, jedoch nicht mehr die ungeheure Vielfalt der Ergebnisse in der Mathematik im 19. und 20. Jahrhundert in Tabellen am Kapitelende; für die zeitlich versetzten und regional verschiedenen Ausprägungen der vielen Stilrichtungen in Baukunst, Malerei, Musik und Literatur erschien eine textgebundene Darstellung angemessen.

Wie in Band 1 sind den Kapiteln chronologisch angeordnete Tabellen mit den wichtigsten politischen Ereignissen der jeweiligen Epoche vorangestellt, außerdem Tabellen zu Wissenschaft und Technik. Hingegen wird die kulturelle Entwicklung im laufenden Text beschrieben.

Auch hier illustrieren farbige Fotos den kulturellen und historischen Hintergrund, künden Briefmarken aus dem großen Schatz des Autors von der Wertschätzung der Gelehrten und ihrer Werke in aller Welt, zeigen schematische Darstellungen Zusammenhänge und zeitliche Abfolgen von Entwicklungen. Schwarz-weiß gezeichnete Figuren verdeutlichen mathematische Ergeb-

nisse, die Porträts namhafter Mathematiker vermitteln einen Eindruck von ihrer Persönlichkeit.

Auch für dieses Buch ist es uns nicht gelungen, für einige Abbildungen die Rechtsinhaber zu ermitteln bzw. unsere Anfragen blieben unbeantwortet. Betroffene und Personen, die zur Klärung beitragen können, werden gebeten, sich beim Verlag zu melden.

Der Medienwissenschaftler und Mitherausgeber Heiko Wesemüller-Kock hat die Bildseiten mit den Porträts herausragender Mathematiker der jeweiligen Epoche und das Layout des gesamten Bandes gestaltet, Fotos, Dias, Skizzen und Briefmarken aus der Sammlung des Autors mit Unterstützung von Frau Anne Gottwald zu druckfertigen Vorlagen verarbeitet und den Text durch eigene Beiträge bereichert. Dafür sage ich beiden sehr herzlichen Dank.

Den Mitarbeiterinnen im Institut für Mathematik und Angewandte Informatik Bettina David, Martina Rosemeyer und Tanja Seifert danke ich für die Übertragung der umfangreichen Manuskripte auf den Computer, dem wissenschaftlichen Mitarbeiter Mark Kaldewey und den Studentinnen Annelie Jasper, Daniela Baehr und Sylvia Voß für die mühevollen Bearbeitung der Verzeichnisse und vieler Änderungen. Mein besonderer Dank gilt Sylvia Voß und Heiko Wesemüller-Kock für die gründliche Überprüfung und den endgültigen Satz dieses Buches.

Herzlichen Dank sage ich Herrn Prof. Dr. H. Luttermann und Herrn Dr. K.-H. Schlote für ihre Beiträge in Kap. 11, Herrn Prof. Dr. E. Zeidler für die „Gedanken zur Zukunft“ in Kap. 12, den Kollegen Folkerts, Kahle, Purkert, Schlote, Sonar, Stiege und Ullrich für die kritische Durchsicht der Texte und Anregungen zu Modifikationen.

Vor allem danke ich dem Autor Hans Wußing für sein Eingehen auf meine Anregungen und die Akzeptanz meiner Vorschläge und Beiträge zur Ergänzung der Texte und Abbildungen.

Für die finanzielle Unterstützung des Projektes danke ich meinen Kollegen Prof. Dr. K.-J. Förster und Prof. Dr. E. Wagner, für die hervorragende Ausstattung dieses Bandes und das Eingehen auf meine Wünsche dem Springer-Verlag Heidelberg und seinem hierfür verantwortlichen Redakteur, Herrn C. Heine, für die Unterstützung bei der Umsetzung in die $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ -Version Frau Köhler.

Wieder war und ist es für Autor und Herausgeber ein Herzensanliegen, die weit verzweigte Entwicklung der Mathematik in ihrer engen Verflechtung mit anderen Wissenschaften vor dem jeweiligen kulturellen und gesellschaftlichen Hintergrund darzustellen. Möge auch dieser Band viele Leser erreichen, in ihnen Interesse und Begeisterung wecken und ihnen zeigen, dass Mathematik keine trockene Wissenschaft, sondern ein wertvoller Teil unserer Kultur ist und die Welt, in der wir leben, ungemein reicher macht.

Hildesheim, im Oktober 2008

Im Namen der Herausgeber
Heinz-Wilhelm Alten

Vorwort des Autors

Der Autor erinnert an die in der Einleitung des ersten Bandes beschriebene Darstellungsweise, die auf dem Gedanken der „Erkundung“ beruht. Dies ist im zweiten Band geradezu zwingend angesichts der Fülle der Einzeldaten, die aber noch keine zusammenhängende kritische Würdigung erfahren haben. Überdies zeigen mir zahlreiche wohlwollende Äußerungen zum ersten Band, dass mein methodologisches Anliegen verstanden und akzeptiert wird.

Auch diesmal sind mir Freunde und Kollegen hilfreich zur Seite gestanden, in erster Linie Herr Professor Alten (Hildesheim), Herr Wesemüller-Kock (Hildesheim) und in bibliothekarischer Sicht Frau B. Römer (Leipzig). Ihnen und vielen anderen sei für uneigennützig geleistete Hilfe herzlich gedankt.

Leipzig, im Oktober 2008

Hans Wußing

Hinweise für den Leser

Zur besseren Orientierung ist hier auch das Inhaltsverzeichnis von Band 1 aufgeführt.

Runde Klammern enthalten ergänzende Einschübe, Lebensdaten oder Hinweise auf Abbildungen; in Zitaten markieren sie Auslassungen. Eckige Klammer enthalten

- im laufenden Text Hinweise auf Literatur
- unter Abbildungen Quellenangaben

Abbildungen sind nach Teilkapiteln nummeriert, z. B. bedeutet Abb. 10.1.4 die vierte Abbildung in Abschnitt 10.1 von Kapitel 10.

Die Namen russischer Gelehrter sind im Text der deutschen Aussprache entsprechend geschrieben. Im Personenverzeichnis ist außerdem die wissenschaftliche Transskription aufgeführt.

Die Originaltitel von Büchern und Zeitschriften sind kursiv wiedergegeben, wörtliche Zitate kursiv mit Anführungszeichen. Auf weiterführende Literatur bzw. auf Erläuterungen eines nur verknüpft dargestellten Sachverhaltes wird durch Hinweise wie (vgl. ausführlich in . . .) verwiesen.

Im Literaturverzeichnis wird wortwörtlich oder inhaltlich zitierte sowie weiterführende Literatur aufgeführt.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
9 Mathematik im Zeitalter des Absolutismus und der Aufklärung	5
9.0 Einführung	7
9.0.1 Vom Absolutismus zur Aufklärung	7
9.0.2 Baukunst, Malerei, Musik und Literatur im 18. Jahrhundert	11
9.1 Zur Theorie der unendlichen Reihen in Britannien	19
9.2 Entwicklung des Calculus auf dem Kontinent	25
9.3 Die Anfänge der Variationsrechnung	34
9.4 Zur Geschichte der Differentialgleichungen	39
9.5 Neue Möglichkeiten durch die Infinitesimalmathematik	41
9.6 Leonhard Euler	45
9.7 Entwicklungen in der Geometrie	70
9.8 Vor- und Frühgeschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung	75
9.9 Die große Zeit der Enzyklopädien	83
10 Mathematik während der Industriellen Revolution	87
10.0 Einführung	90
10.0.1 Baukunst, Malerei, Musik und Literatur im 19. Jahrhundert	90
10.0.2 Die Industrielle Revolution	98
10.0.3 Forderungen an Mathematik und Naturwissenschaften	101
10.0.4 Entwicklung wissenschaftlicher Institutionen	103
10.0.5 Technikwissenschaften und Mathematik im deutschsprachigen Raum	109
10.0.6 Charles Babbage: „Programmgesteuerte Rechner“	116
10.1 Anwendungen der Mathematik in Natur- und Ingenieurwissenschaften	124
10.1.1 Mathematik in der Astronomie	124
10.1.2 Fortschritte in der Variationsrechnung	127
10.1.3 Mathematische Physik	128
10.2 Entwicklungen in der Geometrie	132
10.2.1 Gaspard Monge: Darstellende Geometrie	132
10.2.2 Jean Victor Poncelet: Projektive Geometrie	139
10.2.3 August Ferdinand Möbius: Geometrische Verwandtschaften	142
10.2.4 Gauß–Bolyai–Lobatschewski: Nichteuklidische Geometrie	146
10.2.5 Bernhard Riemann: Beitrag zur Grundlegung der Geometrie	159

10.2.6	Die Anerkennung der nicht-euklidischen Geometrie...	163
10.2.7	Felix Klein: Das sog. Erlanger Programm	167
10.2.8	David Hilbert: Axiomatisierung der Geometrie	172
10.2.9	Die allgemeine axiomatische Methode	176
10.3	Wandel in der Algebra	177
10.3.1	Carl Friedrich Gauß: Konstruierbarkeit regulärer Polygone	179
10.3.2	Carl Friedrich Gauß: Fundamentalsatz der Algebra ..	184
10.3.3	Carl Friedrich Gauß: Anerkennung der komplexen Zahlen	186
10.3.4	William Rowan Hamilton: Arithmetische Interpretation der komplexen Zahlen ..	187
10.3.5	Paolo Ruffini, Niels Henrik Abel: Unmöglichkeit der Auflösbarkeit der Gleichung fünften Grades in Radikalen	188
10.3.6	Evariste Galois: Gruppentheoretische Formulierung des Auflösungsproblems	195
10.3.7	Augustin Louis Cauchy: Theorie der Permutationen ..	199
10.3.8	Determinanten und Matrizen	199
10.3.9	William Rowan Hamilton: Quaternionenkalkül, Vektorrechnung	200
10.3.10	Arthur Cayley, George Boole: Die britische algebraische Schule	203
10.3.11	Erste algebraische Grundstrukturen: Gruppe, Körper .	206
10.4	Carl Friedrich Gauß: <i>Princeps Mathematicorum</i>	210
10.5	Entwicklungen in der Zahlentheorie	219
10.5.1	Carl Friedrich Gauß: <i>Disquisitiones arithmeticae</i>	219
10.5.2	Johann Peter Dirichlet: Analytische Methoden in der Zahlentheorie	221
10.5.3	Ernst Eduard Kummer: „Reguläre“ Primzahlen und „ideale“ Zahlen	223
10.5.4	Leopold Kronecker: „Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht“	224
10.5.5	Richard Dedekind: „Was sind und was sollen die Zahlen?“	226
10.5.6	Bernhard Riemann: Zetafunktion und Riemannsche Vermutung	228
10.5.7	Charles Hermite und Ferdinand Lindemann: Transzendenz von e und π	230
10.6	Analysis in neuem Gewande	232
10.6.1	Probleme in den Grundlagen der Analysis	233
10.6.2	Jean Baptiste Joseph de Fourier: Begründung der mathematischen Physik	242

10.6.3	Augustin-Louis Cauchy: Grundlagen der Analysis, Präzisierung der Begriffe . . .	247
10.6.4	Bernard Bolzano: Präzise Begriffe und strenge Beweise	253
10.6.5	Niels Henrik Abel und Carl Gustav Jacob Jacobi: Elliptische Funktionen	256
10.6.6	Bernhard Riemann: Neue Auffassung von Analysis und Geometrie	259
10.6.7	Julius Wilhelm Richard Dedekind: Dedekindscher Schnitt	269
10.6.8	Karl Weierstraß: Theorie der analytischen Funktionen	270
10.6.9	Sofia (Sophie, Sonja) Kowalewskaja: Theorie partieller Differentialgleichungen	276
10.6.10	Rückblick auf die Entwicklung der Analysis während des 19. Jahrhunderts	278
10.7	Der Weg zur klassischen Wahrscheinlichkeitsrechnung	280
10.8	Entwicklung der Mathematik in einzelnen Regionen	290
10.8.1	Die Mathematik in Russland während des 19. Jahrhunderts	291
10.8.2	Anfänge der Mathematik in den USA	294
10.8.3	Mathematiker in Italien und die Einheit Italiens	303
10.8.4	Gründung nationaler Gesellschaften für Mathematik um die Jahrhundertwende	311
11	Globalisierung der Mathematik seit dem Ende des 19. Jahrhunderts	313
11.0	Einführung	318
11.0.1	Baukunst, Malerei, Musik und Literatur im 20. Jahrhundert	318
11.0.2	Entwicklung der Medien	338
11.0.3	Zur Historiographie der Mathematik des 20. Jahrhunderts	340
11.0.4	Mathematik und Mathematiker im 20. Jahrhundert . .	345
11.0.5	Ein Beispiel für die Internationalisierung der Mathematik: Die Rockefeller Foundation	348
11.0.6	Internationale Mathematikerkongresse – Auszeichnungen und Preise für Mathematik	355
11.0.7	Dreiundzwanzig Probleme	359
11.0.8	Die dunkle Zeit des Nationalsozialismus	363
11.0.9	Mathematik und Krieg	371
11.0.10	Entwicklung nach dem Zweiten Weltkrieg: Erweiterung der Anwendungsbereiche, Verschiebung inhaltlicher Schwerpunkte	373
11.1	Die Begründung der Mengenlehre	377

11.1.1	Rückblick auf die Vorgeschichte der Mengenlehre	377
11.1.2	Georg Cantor: Schöpfer der Mengenlehre	380
11.1.3	Felix Hausdorff: Grundzüge der Mengenlehre	393
11.2	Mathematisch-philosophische Strömungen	396
11.3	Eine neue Disziplin: Funktionalanalysis	407
11.3.1	Vorstufe: Integrations- und Maßtheorie	407
11.3.2	Entstehung der Funktionalanalysis	410
11.4	Algebra im 20. Jahrhundert	423
11.4.1	Herausbildung der sog. Modernen Algebra	423
11.4.2	Emmy Noether: Invariantentheorie, Idealtheorie und komplexe Systeme	428
11.4.3	Die Bourbaki-Gruppe: Algebraische Strukturen	434
11.4.4	Algebraische Geometrie (K.-H. Schlote)	435
11.5	Wahrscheinlichkeitsrechnung; Axiomatische Grundlegung	441
11.6	Mathematik in Göttingen	446
11.7	Entwicklung der Mathematik in ausgewählten Regionen	473
11.7.1	Einiges aus der Entwicklung in Frankreich	473
11.7.2	Hardy und Ramanujan – ein ungewöhnliches Beispiel internationaler Zusammenarbeit	487
11.7.3	Die polnische Schule der Topologie	490
11.7.4	Mathematik in Russland und in der Sowjetunion	492
11.8	Computer verändern die Welt	503
11.8.1	Frühe Rechentechnik, mechanische Rechenmaschinen: Ein Rückblick	506
11.8.2	Elektromechanische Rechenmaschinen: Hermann Hollerith	510
11.8.3	Programmgesteuerte elektromechanische Digitalrechner: Konrad Zuse	512
11.8.4	Entwicklungen in den USA und in England	514
11.8.5	Elektromechanische Computer	516
11.8.6	Computer mit Röhrentechnik	517
11.8.7	Pioniere moderner Rechentechnik: John von Neumann und Alan Turing	519
11.8.8	Computer mit Transistoren und Mikroprozessoren . . .	522
11.8.9	Die jüngste Entwicklung der Rechanlagen: Pipeline-Konzept, Vektorrechner und Parallelrechner (H. Luttermann)	525
11.8.10	Kybernetik: Eine Schöpfung von Norbert Wiener	529
11.9	Gelöste und ungelöste Probleme	538
11.9.1	Die Lösung des Vierfarbenproblems	538
11.9.2	Der Große Fermatsche Satz: Beweis nach 300 Jahren!	541
11.9.3	Offene Probleme der Zahlentheorie	546
11.9.4	Das „Millennium Meeting“	550

12 Gedanken zur Zukunft der Mathematik –	
Ein Ausblick von Eberhard Zeidler	553
12.1 Mathematik als eine Querschnittswissenschaft	556
12.2 Strategien der Mathematik für die Zukunft	562
12.3 Zwei kürzlich gelöste berühmte Probleme der Mathematik ...	577
12.4 Berühmte offene Probleme der Mathematik	580
12.5 Die philosophische Dimension der Mathematik	583
Literatur	587
Abbildungsverzeichnis	623
Personenverzeichnis mit Lebensdaten	639
Sachverzeichnis	661

Inhaltsverzeichnis zu Band 1

Einleitung

1 Mathematik am Anfang und Ethnomathematik

- 1.1 Zählen, Zahlen, Figuren
 - 1.1.0 Einführung
 - 1.1.1 Zahlen und Zahlwörter
 - 1.1.2 Anfänge der Geometrie
- 1.2 Ethnomathematik
 - 1.2.1 Aspekte der Ethnomathematik
 - 1.2.2 Beispiel aus Afrika: Sona Geometrie
- 1.3 Kenntnisse und Leistungen der Azteken, Maya und Inka
 - 1.3.0 Zur Geschichte
 - 1.3.1 Die Azteken: Kalenderrechnung und ummantelte Pyramiden
 - 1.3.2 Die Maya: Tempel, Pyramiden und geheimnisvolle Glyphen
 - 1.3.3 Rätsel der Nazca-Kultur
 - 1.3.4 Die Inka: Polygonale Festungsmauern und Sonnenheiligtümer

2 Entwicklung der Mathematik in asiatischen Kulturen

- 2.1 Mathematik im alten China
 - 2.1.0 Das historische Umfeld
 - 2.1.1 Zahlendarstellung, Rechenbrett
 - 2.1.2 Einige Höhepunkte altchinesischer Mathematik
 - 2.1.3 Zusammenfassung
- 2.2 Entwicklung der Mathematik in Japan
 - 2.2.0 Historischer Hintergrund
 - 2.2.1 Mathematik im alten Japan
 - 2.2.2 Die Renaissance der japanischen Mathematik
- 2.3 Mathematik im alten Indien
 - 2.3.0 Vorbemerkung
 - 2.3.1 Historischer Überblick
 - 2.3.2 Wichtige Quellen altindischer Mathematik
 - 2.3.3 Geometrie in Indien
 - 2.3.4 Indische Trigonometrie
 - 2.3.5 Die Herausbildung des dezimalen Positionssystems
 - 2.3.6 Arithmetik und Algebra in der indischen Mathematik