



Peter Gritzmann
René Brandenberg

Das Geheimnis des kürzesten Weges

Ein mathematisches
Abenteuer

3. Auflage

 Springer



**Peter Gritzmann
René Brandenburg**

Das Geheimnis des kürzesten Weges

Ein mathematisches
Abenteuer

3. Auflage

 Springer

Das Geheimnis  ---
des kürzesten Weges

Das Internet wächst mit rasanter Geschwindigkeit. Schätzungen besagen, dass die Zahl der Internet-Benutzer zur Zeit bei etwa einer halben Milliarde Menschen liegt. Viele dieser Nutzer haben eine eigene Homepage. Aber „wie im richtigen Leben“ pflegen manche ihre Daten, andere gehen eher lässig damit um. Internet-Seiten kommen und gehen, werden aus dem Netz genommen oder in größere Systeme integriert. Manche sind so erfolgreich, dass sie nach zunächst freier Verfügbarkeit nur noch gegen Gebühr nutzbar sind. Welcome to the real world!

Dieses Buch enthält viele URLs, Internet-Adressen, die für die Routenplanung interessant sind. Zum Zeitpunkt der Drucklegung sind alle gültig, aktiv und frei nutzbar. Aber das mag sich ändern. Schon morgen kann eine Seite andere Inhalte aufweisen oder ganz vom Netz gehen, können Gebühren für die Nutzung erhoben werden, neue, vielleicht anstößige Werbebanner eingebildet werden, alles gemäß Murphy's Gesetz: If anything can go wrong, it will!

Eine in regelmäßigen Abständen aktualisierte (und anklickbare!) Liste aller Internet-Links kann unter <http://www-m9.ma.tum.de/ruth/linklist.de.html> aufgerufen werden.

In diesem Buch sind eine Reihe von Verweisen auf Internetseiten enthalten. Es ist uns leider nicht in jedem Fall möglich gewesen zu überprüfen, ob der angebotene Inhalt der Webseiten Urheberrechte Dritter verletzt. Durch das Anklicken einer Webseite mit urheberrechtswidrigen Inhalt könnte eine urheberrechtliche Verletzungshandlung begangen werden. Wir möchten Sie gerne auf diesen Umstand hinweisen.

Peter Gritzmann
René Brandenberg

Das Geheimnis des kürzesten Weges

Ein mathematisches Abenteuer

Dritte (überarbeitete) Auflage

 Springer

Prof. Dr. Peter Gritzmann
Dr. René Brandenburg

TU München
Zentrum Mathematik
80290 München, Deutschland
gritzman@ma.tum.de
brandenb@ma.tum.de

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

ISBN 3-540-22193-X Springer Berlin Heidelberg New York

ISBN 3-540-00045-3 2. Auflage, Springer Berlin Heidelberg New York

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Springer ist ein Unternehmen von Springer Science+Business Media

springer.de

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2002, 2003, 2005
Printed in Germany

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: KünkelLopka, Heidelberg
Herstellung und Satz: LE-TeX Jelonek, Schmidt & Vöckler GbR, Leipzig

Gedruckt auf säurefreiem Papier SPIN: 11013877 40/3142/YL - 5 4 3 2 1 0

---> Peter Gritzmann



geboren 1954, Professor für Mathematik an der Technischen Universität München, arbeitet an Problemen der diskreten Mathematik und angewandten Geometrie, wie sie in den Wirtschaftswissenschaften, der Physik, den Materialwissenschaften, der Linguistik oder der Medizin auftreten. Seine Forschungen wurden u. a. ausgezeichnet mit einem Feodor-Lynen Forschungsstipendium der Alexander von Humboldt-Stiftung und dem

Max-Planck Forschungspreis. Peter Gritzmann war von 2002 bis 2003 Präsident der Deutschen Mathematiker Vereinigung (DMV).

---> René Brandenberg



geboren 1970, ist wissenschaftlicher Assistent im Zentrum Mathematik der Technischen Universität München. Nach seinem Studium der angewandten Mathematik an der Universität Trier promovierte er im Bereich der angewandten Geometrie. Daneben leitet er die Entwicklung einer Online-Softwarebibliothek für Probleme der diskreten Mathematik.

---> Der erste Kontakt

„Hallo Mama.“

„Hallo Große.“

Seit Ruths fünfzehntem Geburtstag nannte ihre Mutter sie fast nur noch ‘Große’. Ruth hatte sich beschwert, sie sei nun nicht mehr die ‘Kleine’.

Ruth kam gerade ziemlich schlecht gelaunt von der Schule. Sie war zwar keine schlechte Schülerin, aber die meisten Fächer machten ihr einfach keinen Spaß mehr. Das war schon zu Hause so gewesen, aber seit sie in München war, wurde es eher noch schlimmer. Immer häufiger fragte sie sich nach dem Sinn dessen, was sie dort lernte. Am schlimmsten war es mit Mathe. Sie war eigentlich ganz gut in Mathe, aber in letzter Zeit interessierte sie sich nicht mehr so recht dafür. Wozu sollte man dieses ganze abstrakte Zeug lernen? Wer rechnet schon mit Buchstaben oder benutzt Pythagoras oder Thales? Sie kannte niemanden außer Papa, der so was brauchte, und selbst der konnte ihr nicht so richtig erklären, wozu das alles wichtig war, und er hatte schließlich Informatik studiert. Sie ging in ihr Zimmer.

„Wow! Ich fasse es nicht. MAMA!“

Ruth stürmte in Mutters Arbeitszimmer.

„Ist *der* für mich?“

„Nein, den haben wir nur vorübergehend bei dir abgestellt, bis . . . “

Mama war nicht besonders gut im Schwindeln. Sie konnte einfach ihr Schmunzeln nicht unterdrücken.

„Oh prima, danke Mama.“

- 2 „Bedanke dich bei deinem Vater, wenn er nach Hause kommt. Er hat den Kasten mitgebracht.“

Ruth war restlos begeistert: Endlich ihr eigener Computer! Fast alle ihre Klassenkameraden hatten schon einen, vor allem die Jungs. Ständig gaben sie damit an, wie toll ihre Computer doch wären, was sie alles schon wieder nachgerüstet und welche neuen Spiele sie gerade gekauft hätten.

Da stand er nun also. Papa hatte schon alles angeschlossen. Sogar ein Modem war dabei. Internet, E-Mail, Newsgroups, alles war möglich. Eigentlich hätte Ruth ja gerne beim Aufbau des Rechners geholfen, aber nun brauchte sie nur den Power-Button zu drücken und loszulegen. Auch nicht schlecht. Sie hörte, wie der Rechner hochfuhr. Anscheinend war auch schon die ganze Software installiert. Das hätte sie erst recht gerne mitbekommen. Es interessierte sie einfach, wie solche Dinge funktionieren. Vor lauter Aufregung wusste sie gar nicht, was sie zuerst ausprobieren sollte. Bestimmt waren auch schon jede Menge Programme dabei. Sollte sie versuchen, einen Brief zu tippen? Oder lieber gleich eine E-Mail? Ein kleines Spielchen wäre auch nicht übel.

Eine Meldung auf dem Bildschirm teilte ihr mit, dass sie auch die Kommunikationsbox einschalten solle. Stimmt, neben dem Rechner stand noch ein Gerät, das sie bei ihren Freunden noch nie gesehen hatte. Das war bestimmt diese Kommunikationsbox. Ein kleiner Druck auf den Schalter und schon leuchtete die Kontrolllampe.

Ruth versuchte zu erkennen, was die einzelnen Symbole auf dem Bildschirm wohl bedeuteten. Unterhalb eines Icons stand 'nur für junge Frauen ab fünfzehn' – Papa neigte dazu, sie nicht ernst zu nehmen. Sie hasste das. Können Eltern nicht einfach akzeptieren, dass man erwachsen wird? Während sie sich noch über die Zeile ärgerte, klickte sie auf das Icon, und einige weitere Symbole erschienen auf dem Bildschirm. Auf einem war ein Gesicht abgebildet. Ruth klickte es an.

„Hallo Ruth.“

„Wie? Was heißt hier ‘Hallo Ruth’?“

„Bitte nicht so schnell. Ich muss mich erst an deine Stimme gewöhnen.“

„Das gibt’s doch gar nicht. Die Kiste spricht nicht nur, sie versteht mich auch noch.“

„Kiste? Meinst Du damit mich?“

„Äh, ja, also eigentlich schon.“

„Mein Name ist Vim.“

„Vim? Und du findest das ganz normal, dass du hier mit mir sprichst? Wer, äh, was bist du, und woher kennst du meinen Namen?“

„Nicht so schnell! Eine Frage nach der anderen. Eigentlich bin ich nur ein Computerprogramm, aber ein ganz neues. Ich bin so programmiert, dass man sich mit mir normal unterhalten kann. Und nun zur zweiten Frage: Ruth ist im System als Benutzer des Rechners eingetragen. Du bist doch Ruth, oder?“

„Ich glaub’ dir kein Wort. Eine Software, mit der man sich ganz normal unterhalten kann, gibt es doch gar nicht.“

„Ich sagte doch, ich bin ganz neu.“

„Aber ein ganz neues Programm kommt doch nicht mal eben so auf meinen Rechner.“

„Ich bin aber da, und ich wäre gerne dein Freund!“

„Mein Freund? Du bist doch nur ein Computerprogramm. Wie kannst du dann mein Freund sein?“

„Wieso nicht? Eine wichtige Eigenschaft von Freunden ist doch, dass man mit ihnen über alles sprechen kann. Ich kann gut zuhören und hab’ auch einiges zu erzählen.“

„Ich glaub’, das muss ich erst mal verdauen.“

- 4 Ruth war ziemlich perplex. Sie wusste nicht, wie sie mit diesem Computerprogramm umgehen sollte. Vim, ein Freund? Sie würde am Abend mit Papa darüber reden. Halt! Wieso eigentlich nicht sofort? Sie rannte zum Telefon.

„Hallo Ruth.“

„Woher weißt du, dass ich es bin?“

„Wir haben hier so ein schlaues Telefon. Das zeigt mir immer gleich die Nummer des Anrufers an.“

„Aber es hätte doch auch Mutti sein können.“

„Sie war’s aber nicht.“

Diese Art von Antworten liebte Ruth über alles. Dafür hätte sie ihrem Vater direkt an den Hals springen können.

„Übrigens: Danke! Das mit dem Rechner ist einfach spitze. Endlich habe ich auch einen. Endlich werde ich in der Schule mitreden können. Und endlich kann ich E-Mails an meine Freunde in Hamburg schicken. Nora wartet bestimmt schon darauf, mal wieder was von mir zu hören. Aber ein Problem habe ich noch.“

„Schieß los.“

„Auf dem Rechner ist doch diese Software, du weißt schon, die für junge Frauen ab 15.“

„Habe ich mir nicht angeschaut. Scheint ja auch nicht für mich bestimmt zu sein.“

„Hör auf! Ich kenn’ dich. Die ist doch von dir. Das mit den jungen Frauen hast du dir doch ausgedacht, um mich zu ärgern.“

„Ich weiß gar nicht, wovon du sprichst. Ich bin absolut unschuldig. Die Software muss zum Grundpaket gehören. Bei neuen Rechnern ist doch heute immer so ein Haufen Schnickschnack dabei.“

Ruth glaubte ihrem Vater kein Wort. Aber sie wusste genau, dass es sinnlos war, ihn weiter zu löchern. Er würde alles

abstreiten. Außerdem wusste er vielleicht wirklich nichts von der Software. Das wäre ja noch viel spannender. Vielleicht war die Software versehentlich mit installiert worden, und vielleicht war sie sogar noch ganz geheim. Vim hatte ja selbst gesagt, dass sein Programm ganz neu sei. Sie beschloss, die Sache erst mal auf sich beruhen zu lassen.

„Na gut. Ich muss jetzt sowieso noch Hausaufgaben machen. Danke noch mal für die tolle Überraschung und einen dicken Schmatzer!“

„Ups, angekommen. Also viel Spaß, aber denk’ dran, Hausaufgaben machen sich nicht von alleine während du am Computer spielst.“

„Klar. Bis später.“

Ruth machte eigentlich immer ihre Hausaufgaben; na ja, fast immer. Auch jetzt hatte sie fest vor, sich direkt an ihren Schreibtisch zu setzen. Vielleicht sollte sie nur ganz kurz mal nachsehen, ob mit dem Computer noch alles stimmte. Funktionierte dieses komische Programm noch? Ob es sich das Gespräch von vorhin überhaupt gemerkt hatte?

„Hallo Ruth.“

Schon wieder ‘Hallo Ruth’, woher wissen heute immer alle, dass ich es bin, dachte sie.

„Hallo Vim. Du sagtest vorhin, du könntest gut erzählen.“

„Ja, gut zuhören und gut erzählen.“

„Prima. Dann erzähl’ mir doch etwas. Ich muss nämlich Hausaufgaben machen und habe nicht die geringste Lust dazu.“

„Wieso? Macht dir die Schule keinen Spaß?“

„Doch, eigentlich schon. In meiner Klasse fühle ich mich sehr wohl, aber der Schulwechsel war doch nicht ganz so einfach.“

„Schulwechsel?“

6 „Ach so, das kannst du ja nicht wissen. Mein Vater ist von seiner Firma für drei Jahre nach München beordert worden. Die brauchen ihn hier für die Entwicklung irgendeines Computerprogramms. Und so sind wir letztes Jahr aus Hamburg hierher gezogen.“

„In Deutschlands heimliche Hauptstadt, Heimat des weltberühmten Oktoberfests ... “



Münchner Skyline mit Alpenpanorama im Hintergrund

„Ist ja gut ... Hey, ein Bild von München, mit den Alpen im Hintergrund! Wo hast du das denn her?“

„Och, das lag irgendwo in meinen Verzeichnissen rum. Und wie gefällt es dir in München?“

„Die Stadt ist prima, und ich habe auch schon eine Menge neuer Freunde gefunden. Nur die Schule ... “

„Wieso, was passt dir nicht an der Schule?“

„Man lernt dort so viel unnützen Kram. Ich würde lieber etwas richtig Spannendes lernen, das man im echten Leben wirklich braucht. Besonders schlimm ist es in Mathematik. Keiner kann mir sagen, wozu das ganze abstrakte Zeug gut sein soll. Alle sagen, das wäre gut für's Denken. Ich will aber lieber was Praktisches lernen.“

„Aber Mathematik ist praktisch!“

„Erzähl' mir jetzt nichts vom Dreisatz. Den hatten wir schon in der Sechsten.“

„Nein, viel spannender. Wenn du möchtest, erzähle ich dir etwas über ein Teilgebiet der Mathematik, das du richtig gut anwenden kannst, mit leicht verständlichen Problemen. Außerdem wette ich, dass dein Mathelehrer nicht viel darüber weiß.“

„Wenn das wirklich nicht nur die üblichen mathematischen Formeln sind, würde es mich nicht wundern, wenn Herr Laurig davon noch nie was gehört hätte. In der Klasse sagen immer alle 'nichts ist so traurig, wie Mathe bei Herrn Laurig', und das stimmt auch. Da war mein Mathelehrer zu Hause deutlich besser. Aber praktisch brauchbare und gleichzeitig einfache Mathematik, gibt's sowas?“

„Ich habe nicht gesagt, dass die Mathematik einfach ist. Ich sagte nur, dass die Probleme leicht zu verstehen sind. Die Mathematik dahinter kann sehr schwierig sein. Glücklicherweise gibt es aber einige Probleme, bei denen auch die Mathematik nicht zu kompliziert ist.“

„Also gut, worum geht's?“

„Um Routenplanung.“

---> Routenplanung was ist das?

„Routenplanung, was ist das? Hat das was mit Reisen zu tun?“

„Ja. Stell’ dir vor, du möchtest zusammen mit deinen Eltern mal wieder nach Hamburg fahren. Vielleicht überlegt ihr euch zuerst, ob ihr mit dem Auto oder mit dem Zug fahren wollt.“

„Meistens fahren wir mit dem Auto. Wir haben immer so viele Sachen dabei ... “

„Auch mit dem Auto versucht ihr bestimmt ‘optimal’ zu reisen. Optimal könnte dabei heißen, dass ihr möglichst schnell von München nach Hamburg kommen wollt oder auf einer möglichst kurzen oder besonders schönen Strecke. Es kann aber auch sein, dass ihr deine Oma zwischendurch besuchen möchtet. Wo wohnt deine Oma?“

„In Hamburg. Aber Tante Lisa wohnt in Rothenburg.“

„Prima. Also könntet ihr einen Abstecher zu deiner Tante machen, wenn das kein zu großer Umweg wäre. Die Wahl der möglichen Routen wird dadurch natürlich eingeschränkt. Schau her, ich starte mal einen Browser fürs Internet. Routenplaner gibt’s nämlich auch online.“

„Du kannst selber andere Programme starten und sogar die Verbindung zum Internet herstellen?“

„Für mich kein Problem. Soll ich loslegen?“

„Ja, klar!“

„Gut. Einen Routenplaner findest du zum Beispiel unter der Internetadresse www.viamichelin.de; hier siehst du die Einstiegsseite:“