

Auf einen Blick

Über den Autor	9
Einleitung	23
Teil I: Zahlen und Rechenoperationen	29
Kapitel 1: Zahlen und Grundrechenarten.....	31
Kapitel 2: Rechnen mit Polynomen, Potenzen und Logarithmen.....	47
Kapitel 3: Logische Grundlagen und Beweismethoden.....	65
Kapitel 4: Grundlagen von Gleichungen und Ungleichungen.....	85
Teil II: Keine Angst vor Gleichungen, Vektoren und Matrizen	95
Kapitel 5: Nicht reell aber real – die komplexen Zahlen.....	97
Kapitel 6: Die Grundlagen: Allgemeine Vektorräume und lineare Gleichungssysteme	113
Kapitel 7: Vektoren im dreidimensionalen Raum: Punkte, Geraden und Ebenen	135
Kapitel 8: Überleben in der Welt der Matrizen	155
Teil III: Funktionen, Folgen und Reihen	195
Kapitel 9: Was Funktionen sind!.....	197
Kapitel 10: Stetigkeit und Grenzwerte von Funktionen	217
Kapitel 11: Von Folgen und Reihen.....	233
Teil IV: Keine Angst vor Geometrie	261
Kapitel 12: Von Winkeln, Geraden und Dreiecken: Grundlagen der Geometrie.....	263
Kapitel 13: Elementare Figuren der Geometrie in Ebene und Raum.....	283
Teil V: Differential- und Integralrechnung für eine Variable ...	309
Kapitel 14: Differentiation von Funktionen einer Veränderlichen.....	311
Kapitel 15: Kurvendiskussion: Extrem-, Wende- und Sattelpunkte	333
Kapitel 16: Eindimensionale Integration	361
Kapitel 17: Integrale praktisch lösen – Tipps und Tricks	381
Kapitel 18: Spezielle Integrale praktisch lösen – Tipps und Tricks	393
Teil VI: Differential- und Integralrechnung für zwei Variablen	409
Kapitel 19: Kurvendiskussion von Funktionen zweier Variablen	411
Kapitel 20: Grundlagen der Differentialgleichungen.....	445
Teil VII: Der Top-Ten-Teil	469
Kapitel 21: Zehn Ratschläge für einen erfolgreichen Abschluss Ihres Mathekurses....	471
Stichwortverzeichnis	477

Inhaltsverzeichnis

Über den Autor	9
Danksagung	9
Einleitung	23
Ein leicht verständlicher Einstieg in die höhere Mathematik anhand vieler Beispiele	23
Überall praktische Beispiele	23
Törichte Annahmen über den Leser	24
Konventionen in diesem Buch	24
Wie dieses Buch strukturiert ist	25
Teil I: Zahlen und Rechenoperationen	25
Teil II: Keine Angst vor Gleichungen, Vektoren und Matrizen	25
Teil III: Funktionen, Folgen und Reihen	26
Teil IV: Keine Angst vor Geometrie	26
Teil V: Differentiation und Integralrechnung für eine Variable	26
Teil VI: Differentiation und Differentialgleichungen für zwei Variablen	26
Teil VII: Der Top-Ten-Teil	27
Die Symbole in diesem Buch	27
Den modularen Aufbau für sich nutzen	28
TEIL I	
ZAHLEN UND RECHENOPERATIONEN	29
Kapitel 1	
Zahlen und Grundrechenarten	31
Mathematik und ihre natürlichen Zahlen	31
Eigenschaften der Grundrechenarten	33
Von den natürlichen zu den ganzen Zahlen	34
Aufgaben mit Klammern richtig lösen	37
Aus ganz wird rational – Bruchrechnung mal anders	38
Rationale Zahlen und ihre Dezimalbrüche	41
Und plötzlich wird's irrational ... und real!	43
Keine Angst vor dem Rechnen mit Variablen	45
Das Summenzeichen	46
Kapitel 2	
Rechnen mit Polynomen, Potenzen und Logarithmen	47
Alles über Mengen	47
Mengen im Supermarkt?	47
Alles, nichts, oder? – Spezielle Mengen	49
Von Zahlen, Mengen und Intervallen	50
Mit Mengen einfach rechnen können	51
Das Leben mit Teilmengen	51
Mengengleichheit	51

14 Inhaltsverzeichnis

Durchschnitt und Vereinigung von Mengen	52
Mengendifferenz und Komplementbildung	52
Potenzmenge einer Menge	53
Kreuzprodukt von Mengen.....	54
Venn-Diagramme	55
Prozentrechnung für den Alltag	57
Nur zwei Prozent Mieterhöhung.....	57
Das eigene Heim trotz Provision?.....	57
Die Bären kommen – Sinkende Aktienkurse.....	58
Bullen im Vormarsch – Steigende Kurse.....	58
Wie viele Bullen hätten die Bären gezähmt?.....	58
Immer auf die genaue Formulierung achten.....	59
Preissenkungsschnäppchen mitnehmen	59
Zinsrechnung zum Verstehen.....	59
Lohnender Zinsertrag.....	60
Höhe des Zinssatzes für Ihre Träume	60
Suche nach dem Startkapital.....	60
Taggenaue Zinsen.....	61
Kapitalwachstum: Zinseszins	61
Eine feste Anlage für zehn Jahre	61
Das sich verdoppelnde Kapital bei festem Zins.....	62
Das sich verdoppelnde Kapital bei fester Jahresanzahl.....	62
Keine Angst vor Wurzeln und Potenzen.....	63

Kapitel 3

Logische Grundlagen und Beweismethoden..... **65**

Logische Grundlagen	65
Wahre und falsche Aussagen.....	65
Aussagen verknüpfen	66
Die Mathematik als Sprache erkennen	68
Terme als die Worte im mathematischen Satz	68
Formeln sind die Sätze der mathematischen Sprache	68
Mit Quantoren neue Formeln bilden	69
Notwendige und hinreichende Bedingungen	71
Die Unendlichkeit – unzählige Welten?.....	73
Mit abzählbaren Mengen zählen lernen.....	73
Jenseits der Zählbarkeit – überabzählbare Mengen.....	76
Grundlegende Beweistechniken in der Mathematik.....	77
Methode 1: Direkter Beweis.....	77
Methode 2: Indirekter Beweis	78
Methode 3: Beweis durch Fallunterscheidung	79
Methode 4: Beweis durch vollständige Induktion	80

Kapitel 4

Grundlagen von Gleichungen und Ungleichungen **85**

Gleichungen in Angriff nehmen.....	85
Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten	85
Lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten	87

Quadratische Gleichungen mit einer Unbekannten.....	88
Ungleichungen in den Griff bekommen.....	90
Lineare Ungleichungen im Griff haben	90
Quadratische Ungleichungen zähmen	90
Echte Ungleichungen akzeptieren.....	91
Beträge ins Spiel bringen.....	91
TEIL II	
KEINE ANGST VOR GLEICHUNGEN, VECTOREN	
UND MATRIZEN.....	95
Kapitel 5	
Nicht reell aber real – die komplexen Zahlen.....	97
Was komplexe Zahlen wirklich sind.....	97
Komplexe Rechenoperationen	99
Die komplexe Addition	99
Die komplexe Multiplikation.....	99
Die Konjugierte einer komplexen Zahl.....	100
Die komplexe Division.....	100
Zusammenhänge zwischen den komplexen Operationen.....	101
Komplexe quadratische Gleichungen	102
Darstellung komplexer Zahlen als Paare reeller Zahlen	103
Darstellung komplexer Zahlen durch Polarkoordinaten.....	104
Der Betrag einer komplexen Zahl.....	104
Einmal Polarkoordinaten und zurück	105
Umwandlung in Polarkoordinaten aus Koordinaten.....	106
Umwandlung in Koordinaten aus Polarkoordinaten.....	106
Komplexe Potenzen und Wurzeln	107
Anwendungen komplexer Zahlen	109
Kapitel 6	
Die Grundlagen: Allgemeine Vektorräume und	
lineare Gleichungssysteme.....	113
Vektoren erleben.....	113
Vektoren veranschaulichen.....	115
Mit Vektoren anschaulich rechnen.....	116
Mit Vektoren rechnen	117
Betrag eines Vektors berechnen.....	120
Das Skalarprodukt von Vektoren berechnen.....	121
Schöne Vektorraumteilmengen: Untervektorräume bestimmen.....	124
Vektoren und ihre Koordinaten bestimmen.....	126
Arten von Linearen Gleichungssystemen.....	129
Homogene Gleichungssysteme.....	130
Inhomogene Gleichungssysteme	130
Überbestimmte Gleichungssysteme.....	131
Unterbestimmte Gleichungssysteme.....	132

16 Inhaltsverzeichnis

Quadratische Gleichungssysteme	132
Nicht lösbare Gleichungssysteme.....	133
Graphische Lösungsansätze für LGS	134

Kapitel 7

Vektoren im dreidimensionalen Raum:

Punkte, Geraden und Ebenen

135	
Punkte, Geraden und Ebenen im dreidimensionalen Raum.....	135
Punkte im Raum	136
Parametergleichung für Geraden.....	136
Zweipunktegleichung für Geraden	138
Parametergleichung für Ebenen.....	139
Dreipunktegleichung für Ebenen.....	140
Koordinatengleichung für Ebenen.....	141
Umrechnungen der einzelnen Ebenengleichungen.....	141
Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen.....	143
Kollision Während einer Flugshow in Las Vegas?.....	150

Kapitel 8

Überleben in der Welt der Matrizen

155	
Was Matrizen eigentlich sind.....	156
Addition von Matrizen	157
Skalarmultiplikation von Matrizen.....	157
Multiplikation von Matrizen.....	157
Matrizen in Produktionsprozessen	158
Transponierte und symmetrische Matrizen.....	160
Keine Angst vor inversen Matrizen.....	160
Matrizen und lineare Gleichungssysteme	161
Das Lösungsverfahren: Der Gaußsche Algorithmus	162
Der Rang von Matrizen	167
Matrizen invertieren in der Praxis	168
Kriterien für die Lösbarkeit von homogenen Gleichungssystemen.....	169
Kriterien für die Lösbarkeit von inhomogenen Gleichungssystemen	170
Matrizen und lineare Abbildungen.....	171
Lineare Abbildungen an Beispielen	171
Matrizen als lineare Abbildungen.....	172
Bilder und Kerne, Ränge und Defekte – in der Theorie	172
Bilder und Kerne, Ränge und Defekte – in der Praxis.....	173
Lineare Abbildungen durch Matrizen darstellen.....	176
Matrizen und ihre Determinanten	177
Determinanten von (2×2) -Matrizen.....	177
Determinanten von (3×3) -Matrizen.....	177
Determinanten von allgemeinen Matrizen.....	178
Determinanten, Matrizen & lineare Gleichungssysteme	181
Die Cramersche Regel.....	181
Die Inversen mittels der Adjunktenformel berechnen	184
Flächen und Volumina mittels Determinanten berechnen	185
Kreuzprodukt von Vektoren.....	186

Praktische Anwendung: Spiegelungen und Drehungen in der Ebene	188
Drehungen in der Ebene	188
Berechnung des Drehwinkels in der Ebene	190
Spiegelungen in der Ebene	190
Berechnung der Spiegelachse in der Ebene	192
TEIL III	
FUNKTIONEN, FOLGEN UND REIHEN	195
Kapitel 9	
Was Funktionen sind!	197
Was Funktionen eigentlich sind	197
Graphische Darstellung von Funktionen	199
Polynome einfach verstehen	200
Bruchrechnung: Rationale Funktionen	204
Keine Angst vor der Potnomdivision	205
Rasch Wachsende Exponentalfunktionen	206
Umgekehrt betrachtet: Logarithmusfunktionen	208
Von Umkehr- und inversen Funktionen	209
Trigonometrische Funktionen	210
Trigonometrische Funktionen zeichnen	211
Identifikation (von und) mit trigonometrischen Identitäten	212
Trigonometrische Kehrwert- und Umkehrfunktionen	212
Kapitel 10	
Stetigkeit und Grenzwerte von Funktionen	217
Grenzwerte einer Funktion verstehen	217
Drei Funktionen erklären den Grenzwertbegriff	218
Links- und rechtsseitige Grenzwerte	218
Die formale Definition eines Grenzwertes – wie erwartet!	219
Unendliche Grenzwerte und vertikale Asymptoten	220
Grenzwerte für x gegen unendlich	220
Stetigkeit von Funktionen	221
Einfache Grenzwerte auswerten	224
Einfachste Methode: Einsetzen und Auswerten	224
Echte Aufgabenstellungen mit Grenzwerten	225
Methode 1: Faktorisieren	225
Methode 2: Konjugierte Multiplikation	226
Methode 3: Einfache algebraische Umformungen	226
Methode 4: Das Grenzwert-Sandwich	227
Grenzwerte bei unendlich auswerten	229
Grenzwerte bei unendlich und horizontale Asymptoten	230
Algebraische Tricks für Grenzwerte bei unendlich verwenden	230
Kapitel 11	
Von Folgen und Reihen	233
Folgen und Reihen: Worum es eigentlich geht	233
Folgen aneinanderreihen	234
Konvergenz und Divergenz von Folgen	235

18 Inhaltsverzeichnis

Grenzwerte mithilfe der Regel von l'Hospital bestimmen	236
Reihen summieren.....	237
Partialsummen	237
Konvergenz oder Divergenz einer Reihe.....	238
Konvergenz oder Divergenz? Das ist hier die Frage!.....	240
Das einfachste Kriterium auf Divergenz: Eine notwendige Bedingung.....	240
Drei grundlegende Reihen und die zugehörigen Prüfungen auf Konvergenz be- ziehungsweise Divergenz.....	240
Geometrische Reihen	241
Harmonische Reihe	241
Teleskop-Reihen.....	242
Drei Vergleichskriterien für Konvergenz beziehungsweise Divergenz.....	243
Der direkte Vergleich – Minoranten-/ Majorantenkriterium.....	243
Das Grenzwertkriterium.....	244
Quotienten- und Wurzelkriterium.....	246
Das Quotientenkriterium	246
Das Wurzel-Kriterium	247
Alternierende Reihen.....	248
Absolute oder normale Konvergenz – das ist die Frage!.....	249
Leibniz und das Kriterium für alternierende Reihen.....	250
Ableitungen und Integrale für Grenzprozesse nutzen.....	253
Eine erste spezielle Reihenart, die Potenzreihen.....	255
Potenzreihen (er)kennen.....	255
Konvergenzbereich von Potenzreihen.....	257
Rechnen Sie mit Potenzreihen.....	258
Eine zweite spezielle Reihenart, die Taylorreihen	259

TEIL IV KEINE ANGST VOR GEOMETRIE..... **261**

Kapitel 12 **Von Winkeln, Geraden und Dreiecken:** **Grundlagen der Geometrie..... **263****

Geraden, Strahlen und Winkel.....	263
Winkel an geschnittenen Geraden	266
Strecken in der Ebene.....	267
Mit den Strahlensätzen rechnen.....	267
Goldener Schnitt.....	269
Das allgemeine Dreieck	271
Das gleichschenklige Dreieck	273
Das gleichseitige Dreieck	273
Das rechtwinklige Dreieck.....	274
Interessante Schnittpunkte in Dreiecken	275
Dreiecke und ihre Seitenhalbierenden samt Schwerpunkte.....	275
Dreiecke und ihre Mittelsenkrechten samt Umkreisen.....	276
Dreiecke und ihre Winkelhalbierenden samt Inkreisen	276
Dreiecke und ihre Höhenschmittelpunkte.....	277
Kongruenz von Dreiecken	278
Ähnlichkeit von Dreiecken.....	279

Kapitel 13**Elementare Figuren der Geometrie in Ebene und Raum 283**

Die zweidimensionale Welt: Von Vierecken über n -Ecke zu Kreisen	283
Vierecke (er)kennen lernen	283
Allgemeine und regelmäßige n -Ecke	289
Keine Angst vor Kreisen	291
Geometrische Körper – die dreidimensionale Welt	295
Die Welt der Prismen	296
Es mit Pyramiden auf die Spitze treiben	298
Zylinder aus Prismen entwickeln	301
Aus Pyramiden werden Kegel	302
Die Kugel – schlicht und makellos	303
Ein komplexeres Beispiel aus der Praxis: Optimale Blechbehälter gesucht!	305
Platonische Körper genießen	307

TEIL V**DIFFERENTIAL- UND INTEGRALRECHNUNG FÜR
EINE VARIABLE 309****Kapitel 14****Differentiation von Funktionen einer Veränderlichen 311**

Erste Schritte des Ableitens	311
Steigungen gesucht!	311
Steigung von Geraden	313
Steigungen von Parabeln	314
Der Differenzenquotient	315
Sein oder nicht sein? Drei Fälle, in denen die Ableitung nicht existiert	319
Grundlegende Regeln der Differentiation	321
Die Konstantenregel	321
Die Potenzregel	321
Die Summenregel – und die kennen Sie schon	322
Trigonometrische Funktionen differenzieren	322
Exponentielle und logarithmische Funktionen differenzieren	322
Fortgeschrittene Regeln der Differentiation	324
Die Produktregel	324
Die Quotientenregel	324
Die Kettenregel	325
Implizite Differentiation	328
Logarithmische Differentiation	329
Differentiation von Umkehrfunktionen	330
Keine Angst vor höheren Ableitungen	331

Kapitel 15**Kurvendiskussion: Extrem-, Wende- und Sattelpunkte 333**

Kurvendiskussion einmal praktisch veranschaulicht	333
Berg und Tal: Positive und negative Steigungen	334
Bauchgefühle: Konvexität und Wendepunkte	335
Am Tiefpunkt angelangt: Ein lokales Minimum	335

20 Inhaltsverzeichnis

Atemberaubender Blick: Das globale Maximum	335
Achtung – Nicht auf der Spitze stecken bleiben	336
Halten Sie sich fest – nun geht's bergab!.....	336
Jetzt wird's kritisch an den Punkten!.....	336
Lokale Extremwerte finden.....	337
Die kritischen Werte suchen.....	337
Der Test mit der ersten Ableitung – wachsend oder fallend?	339
Der Test mit der zweiten Ableitung – Krümmungsverhalten!.....	340
Globale Extremwerte über einem abgeschlossenem Intervall finden.....	341
Globale Extrempunkte über den gesamten Definitionsbereich finden	343
Konvexität und Wendepunkte praktisch bestimmen.....	345
Die Graphen von Ableitungen – jetzt wird gezeichnet!.....	347
Der Zwischenwertsatz – Es geht nichts verloren.....	350
Der Mittelwertsatz – Es bleibt Ihnen nicht(s) erspart!.....	351
Das nützliche Taylorpolynom.....	353
Die Regel von l'Hospital	356
Nicht akzeptable Formen in Form bringen.....	357
Kombinieren der Methoden – nur Geduld!.....	358

Kapitel 16

Eindimensionale Integration..... **361**

Flächenberechnung – eine Einführung.....	361
Flächen mithilfe von Rechtecksummen annähern.....	362
Exakte Flächen mithilfe des bestimmten Integrals ermitteln	366
Stammfunktionen suchen – rückwärts Ableiten	368
Das Vokabular: Welchen Unterschied macht es?.....	370
Flächenfunktion beschreiben	370
Achtung Tusch: Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung.....	373
Die erste Version des Hauptsatzes.....	373
Der andere Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	375
Warum der Hauptsatz funktioniert: Flächenfunktionen	377

Kapitel 17

Integrale praktisch lösen – Tipps und Tricks..... **381**

Stammfunktionen finden – Drei grundlegende Techniken	381
Umkehrregeln für Stammfunktionen	381
Genial einfach: Raten und Prüfen.....	382
Die Substitutionsmethode.....	384
Flächen mithilfe von Substitutionsaufgaben bestimmen	386
Partielle Integration: Teile und Herrsche!.....	387
Wählen Sie weise!.....	389
Partielle Integration: Immer wieder dasselbe!.....	390
Im Kreis gelaufen und doch am Ziel	391

Kapitel 18	
Spezielle Integrale praktisch lösen – Tipps und Tricks	393
Integrale mit Sinus und Kosinus	393
Fall 1: Die Potenz vom Sinus ist ungerade und positiv.....	393
Fall 2: Die Potenz vom Kosinus ist ungerade und positiv	394
Fall 3: Die Potenzen von Sinus und Kosinus sind gerade aber nicht negativ.....	395
Integrieren mit dem A-B-C der Partialbrüche	395
Fall 1: Der Nenner enthält nur lineare Faktoren.....	396
Fall 2: Der Nenner enthält nicht zu kürzende quadratische Faktoren.....	397
Fall 3: Der Nenner enthält lineare oder quadratische Faktoren in höherer Potenz.....	399
Bonusrunde – Der Koeffizientenvergleich.....	399
Integrale rationaler Funktionen von Sinus und Kosinus.....	400
Grau ist alle Theorie – Praktische Integrale!	401
Die Fläche zwischen zwei Funktionen berechnen	402
Bogenlängen bestimmen.....	404
Oberflächen von einfachen Rotationskörpern bestimmen	406
TEIL VI	
DIFFERENTIAL- UND INTEGRALRECHNUNG FÜR ZWEI VARIABLEN	409
Kapitel 19	
Kurvendiskussion von Funktionen zweier Variablen	411
Funktionen mehrerer Variabler graphisch darstellen	412
Mit Schnitten und Niveau zum Erfolg	414
Schnitte von Graphen.....	414
Höhen- und Niveaulinien von Graphen.....	415
Stetigkeit von Funktionen mehrerer Variabler	416
Partielle Ableitungen – auch hier ein Kinderspiel.....	419
Unabhängiges Pärchen: Partielle Ableitungen und Stetigkeit	421
Tangentialebenen als Tangenten-Alternative	421
Volles Programm: Totale Differenzierbarkeit.....	422
Gewünschte Zugabe: Totales Differential.....	423
Rechenregeln des Ableitens für Funktionen mehrerer Variablen	424
Implizite Funktionen differenzieren können.....	425
Höhere Ableitungen: Hilfe durch den Satz von Schwarz.....	426
Kurvendiskussion für Funktionen mehrerer Variablen	429
Kritische Punkte von Funktionen in höheren Dimensionen.....	429
Hinreichende Kriterien für Extrema und Sattelpunkte	430
Hinreichende Kriterien für Funktionen in zwei Variablen	432
Extremwerte unter Nebenbedingungen	434
Nebenbedingung mithilfe des Lagrangeschen Ansatzes lösen.....	434
Nebenbedingung mithilfe des Einsetzverfahrens lösen	437
Kopf an Kopf Rennen – beide Verfahren im direkten Vergleich	438

Kapitel 20		
Grundlagen der Differentialgleichungen		445
Einführende Gedanken zu Differentialgleichungen	445	
Mit Isoktinen zur Lösung	447	
Die Frage nach der Existenz und Eindeutigkeit	448	
Einfache Spezialfälle von Differentialgleichungen	450	
Der einfachste Fall: $y' = f(x)$	450	
Der Fall: $y' = f(x) \cdot g(y)$ – Trennung der Variablen	450	
Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung	451	
Homogene lineare Differentialgleichungen erster Ordnung	452	
Inhomogene lineare Differentialgleichungen erster Ordnung	453	
Praktische Lösungsmethode: Variation der Konstanten	454	
Systeme gewöhnlicher linearer Differentialgleichungen erster Ordnung	455	
Homogene Systeme mit konstanten Koeffizienten	456	
Inhomogene Systeme mit konstanten Koeffizienten	460	
Gewöhnliche lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	461	
Äquivalenz einer Differentialgleichung n -ter Ordnung mit einem System erster Ordnung	462	
Lineare Differentialgleichungen n -ter Ordnung lösen	463	
Homogene lineare Differentialgleichungen n -ter Ordnung	463	
Homogene lineare Differentialgleichungen n -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	464	
Spezielle Lösung einer inhomogenen linearen Differentialgleichung n -ter Ordnung	465	
Anwendungen in der Schwingungslehre	467	
TEIL VII		
DER TOP-TEN-TEIL		469
Kapitel 21		
Zehn Ratschläge für einen erfolgreichen Abschluss Ihres Mathekurses		471
Der Kurs beginnt pünktlich in der ersten Vorlesung	471	
Besuchen Sie die Vorlesungen und Übungen	472	
Verschaffen Sie sich ordentliche Mitschriften	472	
Schauen Sie auch in die Bücher	472	
Lösen Sie die wöchentlichen Übungsaufgaben	473	
Gruppenarbeit nicht ausnutzen	473	
Lernen Sie nicht nur für die Klausur	473	
Klausurvorbereitung beginnt nicht einen Tag vorher	474	
Aus Fehlern lernen	474	
Der eigene Kurs ist immer der wichtigste!	474	
Zu guter Letzt	475	
Stichwortverzeichnis		477