

# DUDEN

WISSEN



ÜBEN



TESTEN

Mathematik

## Brüche und Dezimalzahlen

5.–7.

Klasse



# So lernst du mit diesem Buch:

## WISSEN

Hier wiederholst du Schritt für Schritt, was du zu jedem Lernthema wissen musst, um richtig vorbereitet zu sein!

In der linken Spalte: Regeln und Arbeitsanleitungen

In der rechten Spalte: Merkbeispiele und Veranschaulichungen

## ÜBEN

Damit du deinen Lernfortschritt selbst überwachen kannst, gibt es verschiedene Schwierigkeitsstufen:



Übungen zum Wiederholen des Lernstoffs



Übungen zu Standardaufgaben und für die nötige Sicherheit vor der Klassenarbeit



Übungen zu besonderen und anspruchsvolleren Problemen

**WISSEN<sup>+</sup>**-Kästen geben dir zusätzliche Informationen, Tipps und Arbeitshinweise für das Bearbeiten der Übungen.

## TESTEN

Hier kannst du überprüfen, was du zu Brüchen und Dezimalzahlen gelernt und geübt hast.

### Thementests

Zu jedem Kapitel gibt es einen oder mehrere zusammenfassende Thementests mit vermischten Aufgaben.

### Abschlusstest

Mit kapitelübergreifenden Übungen zu Brüchen und Dezimalzahlen überprüfst du abschließend dein Wissen.



60 Minuten

Die Minutenangabe sagt dir, wie viel Zeit dir für die Bearbeitung eines Thementests bzw. des Abschlusstests zur Verfügung steht.

# Inhaltsverzeichnis

## 1 Natürliche Zahlen

- 1.1 Darstellung natürlicher Zahlen 5
- 1.2 Rechnen mit natürlichen Zahlen 7
- 1.3 Rechengesetze und Rechenvorteile 10

Thementest 1 12

## 2 Teilbarkeit natürlicher Zahlen

- 2.1 Teiler und Vielfache 13
- 2.2 Primzahlen und Primfaktorzerlegung 16

Thementest 1 19

## 3 Brüche

- 3.1 Brüche als Teile von einem Ganzen 20
- 3.2 Erweitern, Kürzen und Vergleichen von Brüchen 25
- 3.3 Echte und unechte Brüche und gemischte Zahlen 30

Thementests 1–3 33

## 4 Rechnen mit Bruchzahlen

- 4.1 Addieren und Subtrahieren 36
- 4.2 Multiplizieren und Dividieren 40
- 4.3 Alle Rechenarten in einem Term –  
Rechenregeln und -gesetze 45

Thementests 1–3 50



## **5** Dezimalzahlen

- 5.1 Dezimalschreibweise 53
  - 5.2 Rechnen mit Dezimalzahlen 57
  - 5.3 Praxistipps zum Umgang mit Brüchen und Dezimalzahlen 62
- Thementests 1–2 66

## **6** Rechnen mit negativen Zahlen

- 6.1 Negative Zahlen 68
  - 6.2 Rechnen mit rationalen Zahlen 71
- Thementests 1–2 77

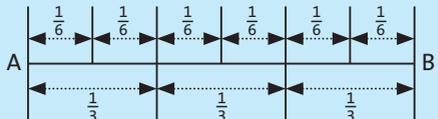
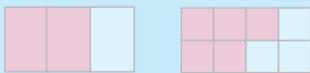
### **Abschlusstest 79**

### **Lösungen**

- 1 Natürliche Zahlen 81
  - 2 Teilbarkeit natürlicher Zahlen 82
  - 3 Brüche 83
  - 4 Rechnen mit Bruchzahlen 87
  - 5 Dezimalzahlen 90
  - 6 Rechnen mit negativen Zahlen 92
- Abschlusstest 95

Stichwortfinder 96

## 3.1 Brüche als Teile von einem Ganzen

Bruchteile	
<p>Oft wird ein Ganzes in mehrere Teile geteilt:            Ein halber Liter Wasser wird gebraucht.            Ein Dezimeter ist ein Zehntel eines Meters.            Im Sport misst man in Hundertstelsekunden.            Walzer ist Musik im Dreivierteltakt.</p>	<p>Man schreibt:  <math>\frac{1}{2}</math>    <math>\frac{1}{10}</math>    <math>\frac{1}{100}</math>    <math>\frac{3}{4}</math></p> <p>Man liest:            ein halb                      ein Zehntel                              ein Hundertstel                                      drei Viertel</p>
<p>Werden Ganze in 2, 3, 4, 5, 6 ... gleiche Teile zerlegt, erhält man Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel, Sechstel ...</p> <p><math>\frac{1}{2}</math> ist der halbe Teil eines Ganzen,  <math>\frac{1}{3}</math> ist der dritte Teil eines Ganzen usw.</p>	 <p>Ein Ganzes wird in 6 bzw. 3 gleiche Teile zerlegt.</p>
<p>Teilt man ein Ganzes in gleiche Teile, entstehen Bruchteile. Bruchteile eines Ganzen werden als Bruch (auch gemeiner Bruch genannt) in der Form <math>\frac{a}{b}</math> (a von insgesamt b Bruchteilen) geschrieben.</p> <p><math>\frac{2}{3}</math>    Zähler          Bruchstrich  <math>\frac{5}{8}</math>    Nenner</p>	<p><math>\frac{2}{3}</math>    <math>\frac{5}{8}</math></p> 
<p>Der Nenner (der Name beruht auf „nennt“) gibt an, in wie viele gleiche Teile ein Ganzes zerlegt wird.            Der Zähler (der Name beruht auf „zählt“) zeigt, wie viele solcher Teile vorhanden sind.</p> <p>Sind Zähler und Nenner gleich, sind also alle Teile vorhanden, entspricht der Bruch dem Ganzen.</p>	<p>In einem Bruch bedeuten:</p> <p><math>\frac{2}{5}</math>    Zähler: 2; Nenner: 5            Das Ganze in 5 Teile geteilt,            2 Fünftel sind vorhanden</p> <p><math>\frac{6}{6}</math>    Zähler: 6; Nenner: 6            Das Ganze in 6 Teile geteilt,            6 Sechstel = 1 Ganzes ist            vorhanden.</p>

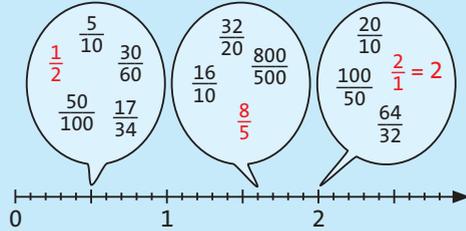
Ist der Zähler das n-Fache des Nenners, entspricht der Bruch n Ganzen.

**Merke:** Brüche entstehen bei der Teilung eines oder mehrerer Ganzer.

$$\frac{12}{4}$$

Zähler: 12; Nenner: 4  
Das Ganze in 4 Teile geteilt,  
12 Viertel = 3 · 4 Viertel = 3 Ganze

Bruchzahlen, die auf dem Zahlenstrahl an der gleichen Stelle liegen, stellen den gleichen Bruch dar.



Haben gegebene Brüche den gleichen Nenner, wurde bei allen Brüchen das Ganze in die gleiche Anzahl Teile geteilt. Diese Brüche nennt man **gleichnamig**. Diese Brüche lassen sich vergleichen.

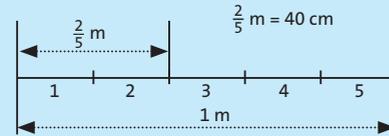
$$\frac{1}{8} < \frac{3}{8} < \frac{5}{8} < \frac{7}{8} < \frac{8}{8} = 1 < \frac{11}{8} < \frac{15}{8} < \frac{16}{8} = 2$$

$$\frac{5}{12} > \frac{3}{12}; \frac{5}{22} < \frac{13}{22}; \frac{3}{25} < \frac{9}{25} > \frac{8}{25}$$

### Brüche als Maßzahlen von Größen

Häufig werden im Alltag Größen verwendet, die Maße oder Mengen von etwas angeben, wie Meter, Euro, Liter. Diese Größen stehen für ein Ganzes (oder mehrere Ganze): 1 m, 1 €, 2 kg. Man kann diese Größen ebenfalls in Bruchteile teilen.

$\frac{2}{5}$  m ist z. B. der **Bruchteil** von 1 m, den man erhält, wenn man 1 m in 5 gleiche Teile teilt und von diesen 5 Teilen dann 2 Teile herausnimmt.



$\frac{3}{8}$  von 5 Kilogramm sollen berechnet werden:

$$5 \text{ kg} = 5000 \text{ g};$$

$$\frac{1}{8} \text{ von } 5000 \text{ g entspricht } 625 \text{ g};$$

$$\frac{3}{8} \text{ von } 5000 \text{ g sind: } 3 \cdot 625 \text{ g} = 1875 \text{ g}$$

Bruchteile von Größen können anschaulich dargestellt werden, indem man die Einheit der Größe in die nächstkleinere umwandelt und den Bruch als natürliche Zahl angibt.

$\frac{1}{8}$  von 1 kg ist  $\frac{1}{8}$  von 1000 g, das entspricht 125 g.

Währung: 1 € = 100 ct  
Länge: 1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm  
Masse: 1 kg = 1000 g = 1 000 000 mg  
Zeit: 1 h = 60 min = 3600 s  
1 min = 60 s  
Volumen: 1 m<sup>3</sup> = 1000 dm<sup>3</sup> = 1000 l  
= 1 000 000 cm<sup>3</sup>

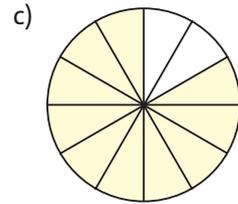
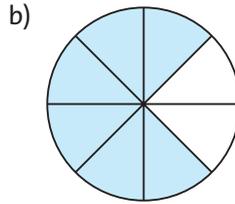
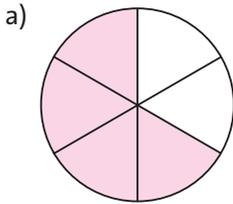


**ÜBUNG 1** Zeichne auf Kästchenpapier ein Rechteck, das 24 Kästchen (am besten 4 × 6 Kästchen) enthält. Das Rechteck entspricht einem Ganzen. Kennzeichne folgende Teile dieser Fläche farbig:

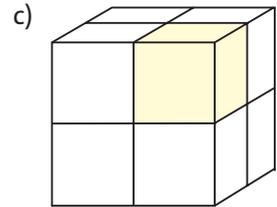
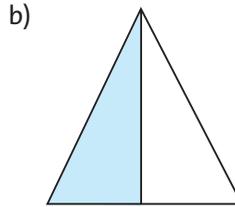
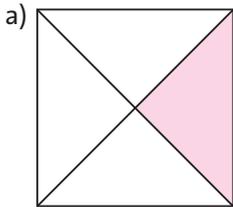
$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$$



**ÜBUNG 2** Welche Bruchteile der Kreisfläche sind jeweils farbig gekennzeichnet?



**ÜBUNG 3** Gib die gekennzeichneten Bruchteile an.



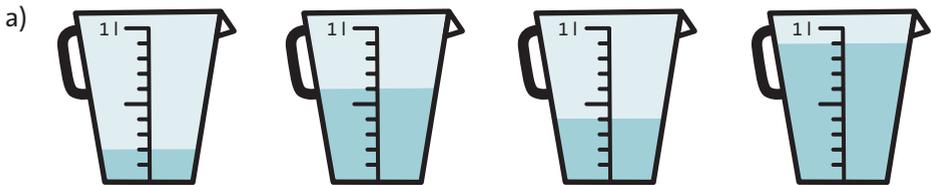
**ÜBUNG 4** Wie viel fehlt zu einem Ganzen?

a)  $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{5}, \frac{19}{20}, \frac{35}{43}$

b)  $\frac{3}{6}, \frac{3}{20}, \frac{1}{10}, \frac{6}{11}, \frac{5}{9}, \frac{99}{100}$



**ÜBUNG 5** Bestimme die Füllmenge der Messzylinder. Gib sie in Liter an.



**ÜBUNG 6** Noah kauft auf dem Wochenmarkt ein. Auf seinem Einkaufszettel stehen u. a.  $\frac{5}{2}$  kg Kartoffeln. Der Händler wiegt ihm 2400 g ab. Ist das richtig?

**ÜBUNG 7** Jonas bekommt 12 € Taschengeld im Monat. Welchen Anteil des Taschengeldes hat er jeweils ausgegeben?

- a) 4 €                      b) 9 €                      c) 820 ct  
d) 600 ct                e) 11 € 50 ct            f) 2 € 50 ct

**ÜBUNG 8** Zeichne einen Kreis mit dem Radius  $r = 4$  cm auf dein Arbeitsblatt. Er stellt ein Ganzes dar. (Tipp: Du benötigst für die Aufgabe mehrere solcher Kreise.)

- a) Färbe ein:  $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{6}, \frac{7}{10}, \frac{1}{12}, \frac{11}{12}, \frac{0}{5}$   
b) Wie viel Grad (geschrieben: °) hat ein Vollkreis? Gib die Bruchteile des Kreises aus a) in Grad an.

**ÜBUNG 9** Schreibe als Bruch.

- a) 200 m =  $\frac{1}{5}$  km            b) 250 ml =  l            c) 10 min =  h  
d) 400 m =  km            e) 800 g =  kg            f) 12 s =  h  
g) 12 min =  h            h) 25 cm =  m            i) 75 cm =  m

**ÜBUNG 10** Schneide von einem Blatt Papier die angegebenen Anteile ab. Falte das Papier vorher entsprechend.

- a)  $\frac{1}{4}$             b)  $\frac{3}{4}$             c)  $\frac{2}{3}$             d)  $\frac{3}{8}$             e)  $\frac{5}{6}$             f)  $\frac{5}{12}$

**ÜBUNG 11** Welchen Anteil einer vollen Umdrehung überstreicht der kleine Zeiger einer Uhr in 1; 5 und 6 Stunden? Welchen Anteil einer vollen Umdrehung überstreicht der große Zeiger in 35 Minuten?



**ÜBUNG 12** Bestimme die angegebenen Anteile.

- a)  $\frac{1}{4}$  von 36 €            b)  $\frac{2}{3}$  von 45 kg            c)  $\frac{2}{5}$  von 300 m            d)  $\frac{5}{6}$  von 84 m<sup>2</sup>  
e)  $\frac{7}{100}$  von 600 l            f)  $\frac{7}{12}$  von 48 km            g)  $\frac{1}{15}$  von 300 €            h)  $\frac{7}{8}$  von 72 t

## Brüche



**ÜBUNG 13** Bestimme jeweils im Kopf, welche Bruchteile hier angegeben sind von ...

- a) 1 Tag (1 d): 12 h, 3 h, 8 h;                      b) 1 h: 10 min, 15 min, 30 min;  
c) 1 Jahr: 1 Monat, 8 Monate, 11 Monate;        d) 1 t: 125 kg, 200 kg, 100 000 g.



**ÜBUNG 14** Bestimme die Anteile. Rechne zunächst in eine kleinere Einheit um.

- a)  $\frac{1}{2}$  von 1 m                      b)  $\frac{4}{5}$  von 2 cm                      c)  $\frac{2}{100}$  von 3 t                      d)  $\frac{3}{20}$  von 5 €  
e)  $\frac{5}{12}$  von 3 h                      f)  $\frac{9}{10}$  von 4 cm<sup>3</sup>                      g)  $\frac{1}{20}$  von 2 m<sup>2</sup>                      h)  $\frac{1}{5}$  von 12 t



**ÜBUNG 15** Vor dem Backen wiegt der Teig 15 800 g. Beim Backen verliert ein Teig etwa  $\frac{1}{5}$  seiner Masse. Was wiegt der Teig nach dem Backen? Wie viel Masse ging verloren?



**ÜBUNG 16** Lara und Lucas wollen 12 km wandern. Bis zur ersten Rast soll ein Viertel der Gesamtstrecke geschafft sein, bis zur Mittagspause ein Drittel der restlichen Strecke. Wie viele Kilometer bleiben für den Nachmittag?



**ÜBUNG 17** Die 24 Schüler der 6. Klasse des Goethe-Gymnasiums haben eine Mathematikarbeit geschrieben.  $\frac{1}{8}$  der Schüler erhielt eine „Eins“,  $\frac{1}{6}$  eine „Zwei“, ebenso viele bekamen eine „Drei“.  $\frac{1}{3}$  erhielt eine „Vier“ und zwei Schüler bekamen eine „Fünf“. Gab es Schüler, die eine „Sechs“ schrieben?



**ÜBUNG 18** Bestimme die jeweiligen Teile.

- a) Tim hat in seiner CD-Sammlung 120 CDs.  $\frac{1}{5}$  davon enthält Musik mit deutschen Texten. Wie viele CDs sind das?  
b) Mia liest ein Buch, das 246 Seiten hat. Sie hat  $\frac{2}{3}$  des Buches bereits gelesen. Wie viele Seiten hat Mia noch nicht gelesen?  
c) Sarah organisiert in der Schule den Milchverkauf. Von 328 Flaschen hat sie  $\frac{3}{4}$  verkauft. Wie viele kann sie noch verkaufen?



**ÜBUNG 19** Louis findet auf dem Dachboden eine Balkenwaage, die noch aus Tanteernas Lebensmittelladen stammt. In einem Kasten findet er folgende Gewichte: 500 g; 2 × 200 g; 100 g; 50 g; 2 × 20 g; 10 g; 5 g; 2 × 2 g; 1 g. Gib die einzelnen Massen jeweils als Teil von einem Kilogramm in Bruchschreibweise an.

## 3.2 Erweitern, Kürzen und Vergleichen von Brüchen

Man **erweitert** einen Bruch, indem man seinen Zähler und seinen Nenner mit der gleichen Zahl (außer 0) multipliziert. **Der ursprüngliche und der erweiterte Bruch sind gleich groß.**

Die zum Multiplizieren benutzte Zahl ist die **Erweiterungszahl**.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} \quad (n \neq 0)$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{24}{30}$$

Der Bruch  $\frac{3}{5}$  soll nacheinander mit 2; 4; 8; 10 und 15 erweitert und die Brüche verglichen werden.

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{12}{20} = \frac{24}{40} = \frac{30}{50} = \frac{45}{75}$$

Alle Brüche haben denselben Wert.

Man **kürzt** einen Bruch, indem man seinen Zähler und seinen Nenner durch die gleiche Zahl (außer 0) dividiert.

**Der ursprüngliche und der gekürzte Bruch sind gleich groß.**

Die zum Dividieren benutzte Zahl ist die **Kürzungszahl**.

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n} \quad (n \neq 0)$$

$$\frac{24}{30} = \frac{24 : 6}{30 : 6} = \frac{4}{5}$$

Die Kürzungszahl soll bestimmt werden.

$$\frac{72}{99} = \frac{8}{11} \rightarrow 9; \quad \frac{30}{160} = \frac{6}{32} \rightarrow 5; \quad \frac{54}{126} = \frac{3}{7} \rightarrow 18$$

$$\frac{24}{72} = \frac{24 : 24}{72 : 24} = \frac{1}{3}$$

**Kürzen mit 24**

$$\frac{24}{72} = \frac{12}{36} = \frac{6}{18} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

**Kürzen mit 2, 2, 2, 3**

**Merke:** a und b müssen durch n teilbar sein!

Man kann mit dem **größten gemeinsamen Teiler** von Nenner und Zähler kürzen, aber auch schrittweise kürzen.

Kann ein Bruch nicht gekürzt werden, d. h., haben Zähler und Nenner keinen gemeinsamen Teiler, heißt der Bruch **teilerfremd**.

Ein Bruch soll so weit gekürzt werden, dass er teilerfremd ist.

$$\frac{360}{520} = \frac{9}{13} \rightarrow 40; \quad \frac{375}{575} = \frac{15}{23} \rightarrow 25$$

$\frac{1}{3}; \frac{3}{9}; \frac{6}{18}; \frac{12}{36}; \frac{24}{72}$  haben denselben Wert, der Bruch  $\frac{1}{3}$  ist teilerfremd

Um Brüche **gleichnamig** zu machen, muss man sie auf denselben Nenner bringen, also so erweitern, dass sie alle denselben Nenner haben.

Der gemeinsame Nenner ist ein **gemeinsames Vielfaches** aller gegebenen Nenner. Es gibt viele gemeinsame Vielfache. Das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) (I Kap. 2.1) aller Nenner nennt man **Hauptnenner**.

$$\frac{3}{5}; \frac{5}{8}; \frac{7}{12}; \frac{9}{20}$$

Gemeinsame Nenner dieser Brüche sind z. B.: 120, 240, 360 ...

Der Hauptnenner, also das kgV der Nenner, beträgt 120.

$$\frac{3}{5} = \frac{72}{120}; \quad \frac{5}{8} = \frac{75}{120}; \quad \frac{7}{12} = \frac{70}{120}; \quad \frac{9}{20} = \frac{54}{120}$$

Brüche, die unterschiedliche Nenner haben, heißen **ungleichnamig**.

Ungleichnamige Brüche:

$$\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{7}{20}, \frac{6}{200}, \frac{73}{500}$$

Gleichnamige Brüche:

$$\frac{33}{100}, \frac{40}{100}, \frac{35}{100}, \frac{3}{100}, \frac{14}{100}$$

Brüche gleichen Wertes:

$$\frac{2}{5} = \frac{40}{100}, \frac{7}{20} = \frac{35}{100}, \frac{6}{200} = \frac{3}{100}$$

Um **Brüche vergleichen** zu können, muss man sie gleichnamig machen. Dazu bringt man sie auf den Hauptnenner.

$\frac{17}{30}, \frac{32}{63}, \frac{37}{75}, \frac{61}{120}$  sollen verglichen werden.

■ Man sucht den Hauptnenner bzw. das kgV der Nenner. Um das kgV zu finden, kann man die Zerlegung in Primfaktoren (I Kap. 2.2) anwenden.

$$\begin{aligned} 30 &= 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 63 &= 3 \cdot 3 \cdot 7 = 3^2 \cdot 7 \\ 75 &= 3 \cdot 5 \cdot 5 = 3 \cdot 5^2 \\ 120 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \\ \text{kgV}(30; 63; 75; 120) &= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \\ &= 12\,600 \end{aligned}$$

■ Man ermittelt die Erweiterungszahlen, indem man den Hauptnenner durch die jeweiligen Nenner dividiert. Anschließend erweitert man die Brüche mit den Erweiterungszahlen.

$$\begin{aligned} 12\,600 : 30 &= 420 & \frac{17}{30} &= \frac{17 \cdot 420}{30 \cdot 420} = \frac{7140}{12\,600} \\ 12\,600 : 63 &= 200 & \frac{32}{63} &= \frac{32 \cdot 200}{63 \cdot 200} = \frac{6400}{12\,600} \\ 12\,600 : 75 &= 168 & \frac{37}{75} &= \frac{37 \cdot 168}{75 \cdot 168} = \frac{6216}{12\,600} \\ 12\,600 : 120 &= 105 & \frac{61}{120} &= \frac{61 \cdot 105}{120 \cdot 105} = \frac{6405}{12\,600} \end{aligned}$$

■ Man vergleicht die nun gleichnamigen Brüche miteinander. Der Bruch mit dem kleineren Zähler ist der kleinere.

$$\frac{6216}{12\,600} < \frac{6400}{12\,600} < \frac{6405}{12\,600} < \frac{7140}{12\,600}$$

Eine gebrochene Zahl hat keinen Vorgänger und keinen Nachfolger.

Zwischen zwei verschiedenen Bruchzahlen gibt es immer unendlich viele weitere Bruchzahlen.

Man sagt: Die Bruchzahlen liegen dicht.

$$\begin{array}{ccccccc} & & \frac{3}{5} & & \frac{4}{5} & & \\ & & \frac{6}{10} & & \frac{7}{10} & & \frac{8}{10} \\ & \frac{12}{20} & & \frac{13}{20} & \frac{14}{20} & \frac{15}{20} & \frac{16}{20} \\ \frac{24}{40} & \frac{25}{40} & \frac{26}{40} & \frac{27}{40} & \frac{28}{40} & \frac{29}{40} & \frac{30}{40} & \frac{31}{40} & \frac{32}{40} \\ \text{usw.} & & & & & & & & \end{array}$$

**Merke:** Ein Nenner 0 ist in jedem Fall ausgeschlossen.

Die Division durch 0 ist nicht definiert, man kann also nicht durch 0 teilen. Ein Bruch bedeutet, dass der Zähler durch den Nenner dividiert wird. Deshalb darf der Nenner nicht 0 sein.

**ÜBUNG 20** Erweitere die Brüche  $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{7}{6}, \frac{8}{9}, \frac{12}{7}, \frac{6}{3}, \frac{0}{4}, \frac{11}{11}$  mit ...

- a) 2                                      b) 3                                      c) 10



**ÜBUNG 21** Erweitere die folgenden Brüche so, dass der entstehende Bruch den in Klammern angegebenen Nenner bekommt.

- a)  $\frac{8}{15}$  (30)                              b)  $\frac{2}{3}$  (36)                              c)  $\frac{7}{20}$  (100)                              d)  $\frac{7}{4}$  (28)  
 e)  $\frac{7}{5}$  (80)                              f)  $\frac{15}{15}$  (60)                              g)  $\frac{19}{8}$  (72)                              h)  $\frac{0}{6}$  (24)

**ÜBUNG 22** Die Brüche  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{4}{12}, \frac{7}{15}, \frac{3}{20}, \frac{7}{30}, \frac{12}{30}$  sollen in Brüche mit den angegebenen Nennern verwandelt werden.

- a) 60                                      b) 120                                      c) 180

**ÜBUNG 23** Beantworte die Fragen.

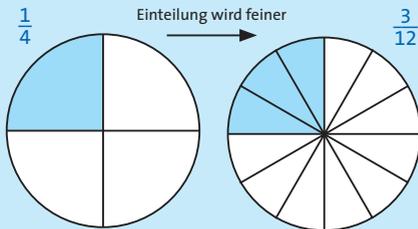
- a) Wie viel Viertel sind ein Halbes?                              b) Wie viel Zwölftel sind ein Ganzes?  
 c) Wie viel Zwanzigstel sind ein Fünftel?                              d) Wie viel Fünftel sind drei Ganze?  
 e) Wie viel Achtel sind drei Viertel?                              f) Wie viel Zehntel sind fünf Halbe?  
 g) Wie viel Hundertstel sind vier Zwanzigstel?

## WISSEN

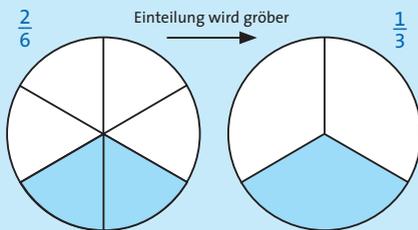


### Die Einteilung des Ganzen beim Erweitern und Kürzen

Beim Erweitern erhält man wieder einen Bruch. Dieser steht für den gleichen Anteil wie der ursprüngliche Bruch. Die Einteilung des Ganzen wird durch das Erweitern verfeinert.



Beim Kürzen erhält man wieder einen Bruch. Dieser steht für den gleichen Anteil wie der ursprüngliche Bruch. Die Einteilung des Ganzen wird durch das Kürzen größer.



**Beachte:** Ein teilerfremder Bruch lässt sich nicht kürzen.

# Brüche



**ÜBUNG 24** Der Bruch  $\frac{4}{5}$  ist mit verschiedenen Zahlen erweitert worden. Dabei entstanden die Brüche:  $\frac{8}{10}; \frac{12}{20}; \frac{24}{28}; \frac{22}{30}; \frac{36}{45}; \frac{58}{70}; \frac{80}{100}; \frac{85}{120}; \frac{165}{200}; \frac{280}{350}$ .

Kennzeichne die Brüche, bei denen falsch gerechnet wurde, und korrigiere sie.



**ÜBUNG 25** Vereinfache die Brüche so weit wie möglich – so weit, bis du den teilerfremden Bruch erhältst.

- a)  $\frac{4}{10}$       b)  $\frac{20}{35}$       c)  $\frac{75}{60}$       d)  $\frac{72}{108}$       e)  $\frac{36}{41}$   
f)  $\frac{78}{20}$       g)  $\frac{27}{90}$       h)  $\frac{14}{161}$       i)  $\frac{9}{162}$       j)  $\frac{3}{16}$



**ÜBUNG 26** Trage den passenden Zähler bzw. den passenden Nenner ein. Mit welcher Zahl wurde insgesamt gekürzt?

a)  $\frac{720}{480} = \frac{\square}{240} = \frac{\square}{120} = \frac{\square}{24} = \frac{\square}{8} = \frac{\square}{2}$   
b)  $\frac{144}{252} = \frac{72}{\square} = \frac{24}{\square} = \frac{12}{\square} = \frac{4}{\square} = \frac{2}{\square}$



**ÜBUNG 27** Ordne die Brüche der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

- a)  $\frac{1}{5}; \frac{2}{4}; \frac{3}{3}; \frac{4}{2}; \frac{5}{1}$       b)  $\frac{97}{136}; \frac{41}{68}; \frac{19}{34}; \frac{9}{17}; \frac{59}{85}; \frac{3}{4}; \frac{40}{51}$



**ÜBUNG 28** Die gegebenen Brüche sollen gleichnamig gemacht werden. Suche dazu das kleinste gemeinsame Vielfache der Nenner. Gib bei jeder Teilaufgabe den jeweils kleinsten und größten Bruch an.

- a)  $\frac{3}{4}$  und  $\frac{5}{6}$       b)  $\frac{2}{5}$  und  $\frac{7}{10}$   
c)  $\frac{3}{10}$  und  $\frac{11}{12}$       d)  $\frac{7}{9}, \frac{1}{6}, \frac{4}{7}$   
e)  $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{4}{5}, \frac{1}{8}, \frac{7}{9}$       f)  $\frac{9}{10}, \frac{9}{50}, \frac{9}{25}, \frac{9}{30}, \frac{9}{60}, \frac{9}{80}$



**ÜBUNG 29** Zwei Bruchzahlen sind auf dem Zahlenstrahl gekennzeichnet. Welcher Bruch liegt genau in der Mitte zwischen beiden Zahlen?

- a) 1 und 2      b) 4 und 5      c)  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{3}{4}$   
d)  $\frac{7}{9}$  und  $\frac{8}{9}$       e)  $\frac{2}{5}$  und  $\frac{3}{5}$

**ÜBUNG 30** Gib den jeweiligen Anteil mithilfe gekürzter teilerfremder Brüche an.

- Hanna hat in der Mathematikarbeit 35 von 40 Punkten erreicht.
- Von 42 Ferientagen fährt Jonas 14 Tage mit seinen Eltern nach Dänemark.
- In einer 5. Klasse des Gymnasiums sind von 24 Schülern 15 Mädchen.
- Von 100 Haushalten haben 24 Haushalte mehr als ein Auto.
- Ein Buch mit 250 Seiten ist ohne Einband 200 mm dick. Wie dick ist ein Blatt dieses Buches?



**ÜBUNG 31** In die Klassen 5 a und 5 b gehen jeweils gleich viele Schüler. Bei der Schuldisco waren  $\frac{5}{8}$  der Schüler der 5 a und  $\frac{13}{24}$  der Schüler der 5 b anwesend. Aus welcher Klasse haben mehr Schüler an der Veranstaltung teilgenommen?

**ÜBUNG 32** Welche Zahlen  $x$  erfüllen die folgenden Gleichungen? (Tipp: Verwende Umkehroperationen † Kap. 1.3.)

$$a) \frac{2}{3} = \frac{x}{30}$$

$$b) \frac{6}{7} = \frac{x}{21}$$

$$c) \frac{4}{13} = \frac{20}{x}$$

$$d) \frac{1}{16} = \frac{x}{80}$$

$$e) \frac{12}{5} = \frac{84}{x}$$

$$f) \frac{22}{3} = \frac{x}{36}$$

$$g) \frac{6}{11} = \frac{54}{x}$$

$$h) \frac{3}{5} = \frac{x}{28}$$

**ÜBUNG 33** Bei Roberts Geburtstag bleiben von der Erdbeertorte  $\frac{7}{12}$  und von der Blaubeertorte  $\frac{9}{16}$  übrig. Von welcher Torte wurde ein größerer Anteil gegessen?



**ÜBUNG 34** Versuche, den Bruch  $\frac{1}{5}$  so zu erweitern, dass in dem neuen Bruch ...

- der Zähler um 20 kleiner ist als der Nenner,
- der Zähler größer ist als der Nenner,
- der Nenner fünfmal so groß ist wie der Zähler.

**ÜBUNG 35** Beurteile folgende Aussagen auf ihren Wahrheitsgehalt.

- Man kann einen Bruch nicht kürzen, wenn im Zähler und im Nenner eines Bruches verschiedene ungerade Zahlen stehen.
- Einen Bruch kann man nicht kürzen, wenn Zähler und Nenner verschiedene Primzahlen sind.

### 3.3 Echte und unechte Brüche und gemischte Zahlen

#### Echte und unechte Brüche

Brüche, bei denen der Zähler kleiner ist als der Nenner, nennt man **echte Brüche**. Sie sind kleiner als 1 und liegen auf dem Zahlenstrahl links von 1.

Alle anderen Brüche heißen **unechte Brüche**.

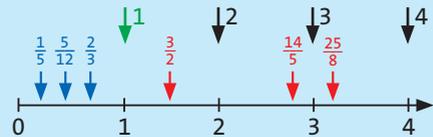
Brüche, bei denen **Zähler und Nenner gleich groß sind, markieren die 1**. Sie stellen ein Ganzes dar.

Brüche, bei denen der **Zähler größer ist als der Nenner**, liegen auf dem Zahlenstrahl **rechts von 1**.

Brüche, bei denen der Zähler ein Vielfaches vom Nenner ist, stellen Ganze dar.

Echte Brüche:

$$\frac{2}{3} < 1; \frac{1}{5} < 1; \frac{5}{12} < 1 \text{ usw.}$$



Unechte Brüche:

$$\frac{2}{2} = 1; \frac{7}{7} = 1; \frac{50}{50} = 1 \text{ usw.}$$

$$\frac{3}{2} > 1; \frac{14}{5} > 1; \frac{25}{8} > 1 \text{ usw.}$$

$$\frac{4}{2} = 2; \frac{21}{7} = 3; \frac{200}{50} = 4 \text{ usw.}$$

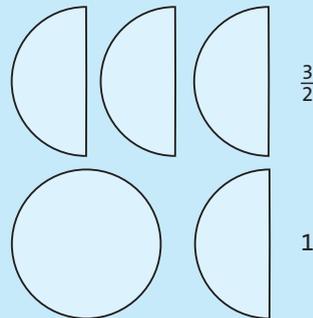
#### Gemischte Zahlen

Jede natürliche Zahl lässt sich als Bruch schreiben, z. B.:

$$2 = \frac{8}{4}; 7 = \frac{21}{3}; 12 = \frac{12}{1} = \frac{60}{5} \text{ usw.}$$

Umgekehrt lässt sich jedoch nicht jeder Bruch als natürliche Zahl schreiben. Jeder unechte Bruch, der sich nicht als natürliche Zahl schreiben lässt und der größer als 1 ist, kann als **gemischte Zahl** geschrieben werden. Das ist die Summe aus einer natürlichen Zahl und einem Bruch; das Pluszeichen wird nicht geschrieben.

In der Schreibweise als gemischte Zahl lassen sich gebrochene Zahlen leichter vergleichen. So ist sofort zu erkennen, dass  $27\frac{7}{9}$  zwischen 27 und 28 liegt. Bei  $\frac{250}{9}$  ist dies nicht ohne Rechenschritte möglich.



$$\frac{3}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$$

Den unechten Bruch  $\frac{38}{9}$  kann man als gemischte Zahl schreiben:

$$\frac{38}{9} = \frac{36}{9} + \frac{2}{9} = 4 + \frac{2}{9} = 4\frac{2}{9}$$

Die gemischte Zahl  $2\frac{3}{4}$  bedeutet:

$$2\frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

**ÜBUNG 36** Verwandle die Brüche in natürliche Zahlen.

a)  $\frac{12}{4}; \frac{24}{4}; \frac{64}{4}; \frac{120}{4}$

b)  $\frac{14}{7}; \frac{21}{7}; \frac{63}{7}; \frac{105}{7}$

c)  $\frac{72}{6}; \frac{64}{8}; \frac{341}{11}; \frac{204}{17}$

**ÜBUNG 37** Gib die gemischten Zahlen als unechte Brüche an.

Beispiel:  $4\frac{2}{3} = 4 + \frac{2}{3} = \frac{4}{1} + \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3} = \frac{12}{3} + \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$

a)  $6\frac{2}{5}; 4\frac{3}{8}; 2\frac{11}{12}$

b)  $6\frac{1}{4}; 3\frac{1}{5}; 2\frac{39}{50}$

c)  $6\frac{1}{3}; 12\frac{4}{11}; 7\frac{1}{7}$

d)  $1\frac{2}{7}; 3\frac{5}{6}; 8\frac{5}{22}$

**ÜBUNG 38** Schreibe die Brüche als gemischte Zahlen.

Beispiel:  $\frac{9}{4}; 9 : 4 = 2 \text{ Rest } 1; \frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$

a)  $\frac{7}{2}; \frac{13}{6}; \frac{56}{11}; \frac{67}{12}; \frac{407}{100}$

b)  $\frac{39}{5}; \frac{39}{7}; \frac{39}{8}; \frac{50}{17}; \frac{6}{5}$

**ÜBUNG 39** Gib den echten Bruch an, der in der genannten Bruchzahl enthalten ist.

a)  $\frac{17}{10}$

b)  $\frac{65}{12}$

c)  $\frac{165}{11}$

d)  $\frac{163}{18}$

e)  $\frac{666}{23}$

f)  $\frac{923}{100}$

**ÜBUNG 40** Schreibe die Brüche zuerst als gemischte Zahl und vergleiche sie dann. Kannst du immer noch keine Entscheidung über die Anordnung der Brüche treffen, musst du sie gleichnamig machen.

a)  $\frac{23}{6}; \frac{31}{8}$

b)  $\frac{42}{5}; \frac{830}{81}$

c)  $\frac{56}{15}; \frac{86}{23}$

d)  $\frac{21}{7}; \frac{74}{25}$

e)  $\frac{47}{12}; \frac{31}{8}; \frac{63}{16}$

f)  $\frac{39}{6}; \frac{65}{10}; \frac{1625}{250}$

**ÜBUNG 41** Gib die Längen in der angegebenen Einheit an.

a) in dm:  $2\frac{4}{10}$  m;  $\frac{81}{20}$  m;  $10\frac{3}{4}$  m;  $\frac{6}{25}$  m;  $1\frac{7}{50}$  km

b) in cm:  $\frac{23}{100}$  m;  $2\frac{23}{100}$  m;  $12\frac{7}{10}$  m;  $3\frac{4}{5}$  dm;  $19\frac{1}{2}$  dm

c) in mm:  $\frac{7}{20}$  m;  $\frac{3}{100}$  m;  $2\frac{1}{5}$  cm;  $\frac{3}{8}$  cm;  $3\frac{5}{6}$  cm





**ÜBUNG 42** Gib die Volumina in der angegebenen Einheit an.

a) in ml:  $\frac{1}{5}$  l;  $1 \frac{7}{10}$  l;  $5 \frac{3}{8}$  l;  $\frac{1}{125}$  l;  $2 \frac{1}{125}$  l;  $\frac{3}{5000}$  l

b) in l:  $\frac{7}{250}$  m<sup>3</sup>;  $3 \frac{3}{4}$  m<sup>3</sup>;  $\frac{1}{55}$  m<sup>3</sup>;  $\frac{1}{24}$  m<sup>3</sup>;  $\frac{10}{6}$  dm<sup>3</sup>;  $\frac{35}{8}$  dm<sup>3</sup>



**ÜBUNG 43** Gib die gefragten Brüche an:

- a) alle echten Brüche mit dem Nenner 5,
- b) alle echten Brüche mit dem Nenner 9,
- c) alle unechten Brüche mit dem Nenner 12.



**ÜBUNG 44** Handelt es sich um echte oder unechte Brüche? Begründe deine Meinung.

a)  $\frac{3}{5}$ ;  $\frac{7}{12}$ ;  $\frac{5}{5}$ ;  $\frac{16}{4}$ ;  $\frac{11}{11}$ ;  $\frac{10}{11}$ ;  $\frac{11}{10}$ ;  $\frac{9}{1}$

b)  $\frac{a}{1}$ ;  $\frac{1}{a}$ ;  $\frac{4 \cdot a}{a}$ ;  $\frac{1}{3 \cdot a}$  ( $a > 1$ )

c)  $\frac{b+1}{b}$ ;  $\frac{b}{b+5}$  ( $b > 0$ )

## WISSEN

### Zahlenbereiche

Alle Zahlen, die als Bruch dargestellt werden können, fasst man zum **Bereich der Bruchzahlen**  $\mathbb{Q}^+$  (oft auch gebrochene Zahlen genannt) zusammen.

Zu diesem Bereich gehören auch die natürlichen Zahlen  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3 \dots\}$ , da sich diese auch als Bruch schreiben lassen,

z. B.  $5 = \frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \dots$

Im Bereich der natürlichen Zahlen kann nicht jede Zahl durch jede andere Zahl dividiert werden,  $3 : 5$  ist beispielsweise im Bereich der natürlichen Zahlen nicht lösbar. Im Bereich der Bruchzahlen jedoch existiert eine Lösung:  $3 : 5 = \frac{3}{5}$ .

Die natürlichen Zahlen sind eine Teilmenge der Menge der Bruchzahlen.



Menge der Bruchzahlen

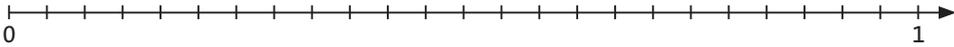
## Thementest 1



45 Minuten

**AUFGABE 1** Suche für die folgenden Brüche die zugehörigen Punkte auf dem Zahlenstrahl.

$$\frac{2}{3}, \frac{6}{24}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6}, \frac{10}{10}, \frac{9}{18}, \frac{4}{12}, \frac{5}{12}, \frac{25}{24}$$

**AUFGABE 2** Kürze die folgenden Brüche so weit wie möglich.

a)  $\frac{15}{25}$

b)  $\frac{56}{64}$

c)  $\frac{88}{121}$

d)  $\frac{70}{105}$

e)  $\frac{39}{65}$

f)  $\frac{11}{36}$

g)  $\frac{12}{36}$

h)  $\frac{6 \cdot 12}{8 \cdot 18}$

i)  $\frac{4 \cdot 9}{18 \cdot 20}$

j)  $\frac{2 \cdot 11}{22 \cdot 5 \cdot 16}$

**AUFGABE 3** Was ist mehr?

a)  $\frac{5}{7}$  von 21 kg oder  $\frac{1}{2}$  von 30 kg?

b)  $\frac{1}{2}$  von 12 l oder  $\frac{1}{2}$  von 11 l?

c)  $\frac{3}{4}$  von 8 km oder  $\frac{2}{3}$  von 12 km?

d)  $\frac{3}{8}$  von 48 m<sup>2</sup> oder  $\frac{1}{4}$  von 76 m<sup>2</sup>?

**AUFGABE 4** Richtig oder falsch? Überprüfe und korrigiere gegebenenfalls.

a)  $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$

b)  $\frac{50}{1000} = \frac{2}{40}$

c)  $\frac{43}{20} = \frac{170}{80}$

d)  $\frac{32}{12} = \frac{69}{36}$

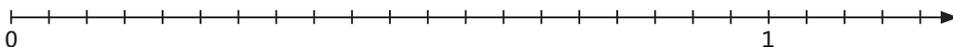
e)  $\frac{0}{6} = \frac{0}{7}$

f)  $\frac{14}{11} = 1 \frac{19}{66}$

**AUFGABE 5** Beim Schulsportfest gewannen  $\frac{2}{5}$  der Schüler von der 7a,  $\frac{3}{8}$  von der 7b und  $\frac{3}{10}$  von der 7c eine Medaille. Welche Klasse war bei der Veranstaltung am erfolgreichsten?

**AUFGABE 6** Suche die zugehörigen Punkte auf dem Zahlenstrahl.

$$\frac{5}{10}, \frac{11}{10}, \frac{3}{5}, \frac{6}{5}, \frac{9}{10}, \frac{4}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{7}{10}, \frac{7}{20}, \frac{13}{10}$$

**AUFGABE 7** Erweitere die Brüche mit 2, 3, 15, 24 und 30.

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{7}{10}, \frac{8}{15}, \frac{19}{12}, \frac{5}{5}$$

**AUFGABE 8** Kürze die folgenden Brüche so weit wie möglich.

a)  $\frac{5}{25}$

b)  $\frac{16}{64}$

c)  $\frac{55}{121}$

d)  $\frac{70}{82}$

e)  $\frac{24}{36}$

f)  $\frac{12}{66}$

g)  $\frac{5 \cdot 12}{8 \cdot 35}$

h)  $\frac{22 \cdot 11}{33 \cdot 5 \cdot 38}$

**AUFGABE 9** Wandle in gemischte Zahlen bzw. in unechte Brüche um.

a)  $\frac{7}{3}$

b)  $\frac{16}{5}$

c)  $\frac{24}{6}$

d)  $\frac{59}{7}$

e)  $\frac{37}{12}$

f)  $2\frac{3}{5}$

g)  $12\frac{3}{8}$

h)  $5\frac{3}{14}$

**AUFGABE 10** Bestimme die jeweiligen Anteile.

a)  $\frac{4}{5}$  von 120 m

b)  $\frac{3}{20}$  von 280 kg

c)  $\frac{4}{3}$  von 60 m

d)  $\frac{123}{100}$  von 1 t

e)  $\frac{5}{9}$  von 630 m<sup>3</sup>

f)  $\frac{17}{30}$  von 720 ml

**AUFGABE 11** Bei einer Verkehrskontrolle wurden bei 122 von 732 überprüften Pkw Mängel festgestellt.

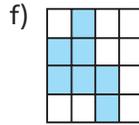
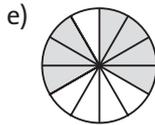
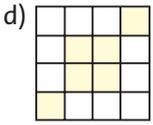
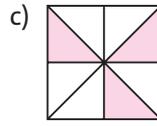
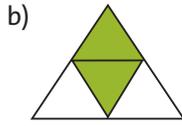
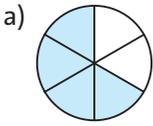
a) Gib den Anteil als teilerfremden Bruch an.

b) Von den restlichen Fahrzeugen war  $\frac{1}{10}$  mit Winterreifen ausgerüstet, obwohl bereits April war. Wie viele Autos fahren schon mit Sommerreifen?

## Thementest 3



45 Minuten

**AUFGABE 12** Welche Anteile sind gekennzeichnet?**AUFGABE 13** Zeichne vier Zahlenstrahlen von 0 bis 2 ( $\frac{1}{10}$  entspricht einem Kästchen bzw.  $\frac{1}{2}$  cm) untereinander und trage folgende Brüche ein.

a)  $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$  usw.

b)  $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}$  usw.

c)  $\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}$  usw.

d) Schreibe auf, welche Brüche gleich sind.

**AUFGABE 14** Erweitere die Brüche auf den angegebenen Zähler bzw. Nenner.

a)  $\frac{2}{5} = \frac{\square}{25}$

b)  $\frac{3}{14} = \frac{\square}{98}$

c)  $\frac{5}{11} = \frac{\square}{220}$

d)  $\frac{5}{3} = \frac{60}{\square}$

e)  $3\frac{2}{5} = \frac{68}{\square}$

f)  $\frac{0}{9} = \frac{\square}{36}$

g)  $\frac{12}{55} = \frac{72}{\square}$

h)  $2\frac{3}{4} = \frac{55}{\square}$

**AUFGABE 15** Kürze so weit wie möglich. Mit welcher Zahl hast du jeweils insgesamt gekürzt?

a)  $\frac{120}{360}$

b)  $\frac{200}{450}$

c)  $\frac{340}{250}$

d)  $\frac{216}{168}$

e)  $\frac{208}{176}$

f)  $\frac{125}{875}$

**AUFGABE 16** In die Klasse 6 b gehen 24 Schüler. Gib den jeweiligen Anteil mithilfe gekürzter teilerfremder Brüche an.

a) 12 Schüler der Klasse sind Jungen.

b) In der Mathematikarbeit haben 6 Schüler eine Eins geschrieben.

c) An der Klassenfahrt nehmen 22 Schüler teil.

d) 15 Schüler nehmen an der Schulspeisung teil.

**AUFGABE 17** Gib drei verschiedene echte Brüche mit dem Nenner 30 an, die sich ...

a) nicht mehr kürzen lassen,

b) nur mit 2 kürzen lassen,

c) nur mit 2 oder 3 kürzen lassen,

d) nur mit 3 und 5 kürzen lassen.

# Rechnen mit Bruchzahlen

## 4.1 Addieren und Subtrahieren

### Gleichnamige Brüche

Man addiert gleichnamige Brüche, indem man die Zähler addiert und den Nenner beibehält.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

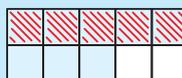
Man subtrahiert gleichnamige Brüche, indem man die Zähler subtrahiert und den Nenner beibehält.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

$$\frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{2+5}{8} = \frac{7}{8}$$



$$\frac{8}{10} - \frac{5}{10} = \frac{8-5}{10} = \frac{3}{10}$$



Das Ergebnis einer Rechnung mit Bruchzahlen wird so weit wie möglich gekürzt.

$$\frac{5}{20} + \frac{11}{20} = \frac{5+11}{20} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$



### Ungleichnamige Brüche

Sind die Brüche nicht gleichnamig, haben sie also unterschiedliche Nenner, geht man beim Addieren und Subtrahieren so vor:

Bruchzahlen werden addiert, indem man

1. die Brüche gleichnamig macht und
2. die gleichnamigen Brüche addiert.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{7}{12} + \frac{5}{8} = \frac{7 \cdot 2}{12 \cdot 2} + \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{14+15}{24} = \frac{29}{24}$$

Bruchzahlen werden subtrahiert, indem man

1. die Brüche gleichnamig macht und
2. die gleichnamigen Brüche subtrahiert.

$$\frac{3}{4} - \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} - \frac{3 \cdot 2}{10 \cdot 2} = \frac{15-6}{20} = \frac{9}{20}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{12} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{15-2}{24} = \frac{13}{24}$$

## Stichwortfinder

- A** Addieren natürlicher Zahlen 7  
 Addieren rationaler Zahlen 71  
 Addieren von Brüchen 36, 38  
 Addieren von Dezimalzahlen 57  
 Assoziativgesetz 10, 46, 60  
 Ausklammern 46  
 Ausmultiplizieren 46
- B** Basis 7  
 Betrag 68, 70  
 Brüche 20 f.  
 Bruchteile 20  
 Bruchzahlen 32, 72
- D** Dezimalen 53  
 Dezimalstellen 53  
 Dezimalsystem 5  
 Dezimalzahlen 53  
 Differenz 7  
 Distributivgesetz 10, 46, 60  
 Dividend 7  
 Dividieren durch null 7, 26, 41  
 Dividieren natürlicher Zahlen 7  
 Dividieren rationaler Zahlen 72  
 Dividieren von Brüchen 41  
 Dividieren von Dezimalzahlen 58  
 Divisor 7  
 Doppelbruch 41, 48
- E** echte Brüche 30  
 endliche Dezimalzahlen 54  
 Endziffernregeln 14  
 Eratosthenes 18  
 Erweitern von Brüchen 25 f.  
 Erweiterungszahl 25  
 Exponent 7
- F** Faktor 7
- G** ganze Zahlen 70, 72  
 gemischt periodische Dezimalzahl 54  
 gemischte Zahlen 30  
 ggT 13, 16  
 gleichnamige Brüche 21, 25, 36  
 größter gemeinsamer Teiler 13, 16
- H** Hauptnenner 25  
 Hochzahl 7
- K** Kehrwert 41, 72  
 kgV 13, 16, 25  
 Klammern 45  
 kleinstes gemeinsames Vielfaches 13, 16, 25  
 Kommutativgesetz 10, 46, 60  
 Kürzen von Brüchen 25  
 Kürzungszahl 25
- M** Minuend 7  
 Multiplizieren natürlicher Zahlen 7  
 Multiplizieren rationaler Zahlen 71  
 Multiplizieren von Brüchen 40  
 Multiplizieren von Dezimalzahlen 57 f.
- N** Nachfolger einer natürlichen Zahl 5, 10  
 Näherungswerte 62, 65  
 natürliche Zahlen 5, 7 ff., 72  
 negative Zahlen 68, 71 f., 74 f.  
 Nenner 20 f.  
 neutrales Element 46
- P** periodische Dezimalzahlen 54  
 Potenzen 7, 45, 75  
 Primfaktorzerlegung 16  
 Primzahlen 16, 18  
 Produkt 7  
 Prozentrechnung 47  
 Punktrechnung 45
- Q** Quersummenregeln 14
- R** rationale Zahlen 70 ff., 75  
 Rechenregeln 45 f., 72  
 Rechenzeichen 71  
 Runden von Dezimalzahlen 62
- S** schriftliches Addieren 8  
 schriftliches Dividieren 9  
 schriftliches Multiplizieren 8  
 schriftliches Subtrahieren 8  
 Stellenwertsystem 5  
 Stellenwerttafel 5, 53  
 Strichrechnung 45  
 Subtrahend 7  
 Subtrahieren natürlicher Zahlen 7  
 Subtrahieren rationaler Zahlen 71  
 Subtrahieren von Brüchen 36, 38  
 Subtrahieren von Dezimalzahlen 57  
 Summand 7  
 Summe 7
- T** Taschenrechner 76  
 Teilbarkeit 13  
 Teilbarkeitsregeln 14  
 Teilen von Brüchen 40  
 Teiler 13  
 teilerfremd 25  
 Teilmenge 13  
 Term 45
- U** Umkehroperationen 11  
 Umwandlung 54, 62  
 unechte Brüche 30  
 ungleichnamige Brüche 26, 36
- V** Variable 10  
 Vergleichen von Brüchen 25 f.  
 Vergleichen von Dezimalzahlen 53  
 Vervielfachen von Brüchen 40  
 Vielfache 13  
 Vorgänger einer natürlichen Zahl 5, 10  
 Vorzeichen 71  
 Vorzeichenregeln 71 f.
- Z** Zahlenbereiche 32, 72  
 Zahlengerade 68  
 Zahlenstrahl 5  
 Zähler 20 f.  
 Zehnerbrüche 54  
 Zehnerpotenzen 5  
 Zehnersystem 5

## Das 3-fache Training für bessere Noten:



### WISSEN

Die wichtigsten Regeln zum Thema Brüche und Dezimalzahlen mit passenden Beispielen – verständlich erklärt



### ÜBEN

Zahlreiche Übungsaufgaben in drei Schwierigkeitsstufen



### TESTEN

Thementests als „Check-up“ nach jedem Kapitel sowie ein großer Abschlusstest zum Rechnen mit Brüchen und Dezimalzahlen

Mit praktischem Leitsystem sowie Lösungen zu allen Übungen und Tests im Anhang

Geeignet für Gymnasium, Realschule und Gesamtschule  
Berücksichtigt die aktuellen Bildungspläne der Bundesländer