



## Leseprobe

Jan Luiken ter Haseborg, Christian Schuster, Manfred Kasper

Fit für die Prüfung – Elektrotechnik

Effektives Lernen mit Beispielen und ausführlichen Lösungen

ISBN (Buch): 978-3-446-44227-6

ISBN (E-Book): 978-3-446-44182-8

Weitere Informationen oder Bestellungen unter

<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-44227-6>

sowie im Buchhandel.

# Vorwort

Die vorliegende Aufgabensammlung ist ein Auszug aus den Klausuraufgaben zu den Grundlagenvorlesungen der Elektrotechnik an der Technischen Universität Hamburg-Harburg. Die Aufgaben sind thematisch in unterschiedliche Kapitel eingeteilt und jeweils kapitelweise mit einer Einführung versehen. Besonders hervorzuheben sind die sehr ausführlichen Lösungen zu den einzelnen Aufgaben. Die Aufgabensammlung dient der weiteren Vertiefung des Vorlesungsstoffes sowie der Vorbereitung auf Prüfungsklausuren. Durch den beschriebenen Aufbau eignet sich das Buch sehr gut zum Selbststudium sowie für Studierende, die die Grundlagen der Elektrotechnik an anderen Universitäten gehört haben. Ein Großteil der Aufgaben ist ebenfalls für Studierende der Elektrotechnik an Fachhochschulen geeignet. Der Inhalt des vorliegenden Werkes soll nicht die Übungen zur Vorlesung ersetzen, sondern ist als ergänzendes Hilfsmittel für deren erfolgreiche Bearbeitung und die Vertiefung des Vorlesungsstoffes anzusehen.

An diesen Aufgaben haben insbesondere die wissenschaftlichen Mitarbeiter Dipl.-Ing. Helge Fielitz und Dipl.-Ing. Arnoldo Rojas-Coto vom Institut für Messtechnik sowie M. Sc. Alexander Vogt vom Institut für Theoretische Elektrotechnik der Technischen Universität Hamburg-Harburg mitgewirkt. Unser Dank gilt diesen drei und allen anderen wissenschaftlichen Mitarbeitern, die zum Gelingen dieses Buches beigetragen haben, sowie der Sekretärin des Instituts für Theoretische Elektrotechnik, Frau Heike Herder, die unterstützend beim Schreiben von Formeln und Texten tätig war.

Hamburg, im August 2014

Jan Luiken ter Haseborg,  
Christian Schuster,  
Manfred Kasper

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Elektrische Gleichstromnetzwerke</b> .....	<b>15</b>
	Aufgabe 1.1 .....	18
	Lösung zu Aufgabe 1.1 .....	18
	Aufgabe 1.2 .....	20
	Lösung zu Aufgabe 1.2 .....	20
	Aufgabe 1.3 .....	21
	Lösung zu Aufgabe 1.3 .....	22
	Aufgabe 1.4 .....	22
	Lösung zu Aufgabe 1.4 .....	23
	Aufgabe 1.5 .....	25
	Lösung zu Aufgabe 1.5 .....	25
	Aufgabe 1.6 .....	27
	Lösung zu Aufgabe 1.6 .....	27
	Aufgabe 1.7 .....	29
	Lösung zu Aufgabe 1.7 .....	29
	Aufgabe 1.8 .....	31
	Lösung zu Aufgabe 1.8 .....	32
	Aufgabe 1.9 .....	33
	Lösung zu Aufgabe 1.9 .....	34
	Aufgabe 1.10 .....	35
	Lösung zu Aufgabe 1.10 .....	36
	Aufgabe 1.11 .....	37
	Lösung zu Aufgabe 1.11 .....	37
	Aufgabe 1.12 .....	39
	Lösung zu Aufgabe 1.12 .....	39
	Aufgabe 1.13 .....	41
	Lösung zu Aufgabe 1.13 .....	42
	Aufgabe 1.14 .....	43
	Lösung zu Aufgabe 1.14 .....	44
	Aufgabe 1.15 .....	46
	Lösung zu Aufgabe 1.15 .....	47
	Aufgabe 1.16 .....	48
	Lösung zu Aufgabe 1.16 .....	49
	Aufgabe 1.17 .....	50
	Lösung zu Aufgabe 1.17 .....	51
	Aufgabe 1.18 .....	54
	Lösung zu Aufgabe 1.18 .....	55
	Aufgabe 1.19 .....	56
	Lösung zu Aufgabe 1.19 .....	57

Aufgabe 1.20 .....	58
Lösung zu Aufgabe 1.20 .....	59
Aufgabe 1.21 .....	62
Lösung zu Aufgabe 1.21 .....	62
Aufgabe 1.22 .....	64
Lösung zu Aufgabe 1.22 .....	64

## **2 Stationäres elektrisches Strömungsfeld .....** **68**

Aufgabe 2.1 .....	69
Lösung zu Aufgabe 2.1 .....	69
Aufgabe 2.2 .....	70
Lösung zu Aufgabe 2.2 .....	71
Aufgabe 2.3 .....	73
Lösung zu Aufgabe 2.3 .....	73
Aufgabe 2.4 .....	75
Lösung zu Aufgabe 2.4 .....	75
Aufgabe 2.5 .....	76
Lösung zu Aufgabe 2.5 .....	77
Aufgabe 2.6 .....	78
Lösung zu Aufgabe 2.6 .....	79
Aufgabe 2.7 .....	80
Lösung zu Aufgabe 2.7 .....	80
Aufgabe 2.8 .....	81
Lösung zu Aufgabe 2.8 .....	82
Aufgabe 2.9 .....	83
Lösung zu Aufgabe 2.9 .....	84

## **3 Elektrisches Feld .....** **86**

Aufgabe 3.1 .....	88
Lösung zu Aufgabe 3.1 .....	88
Aufgabe 3.2 .....	90
Lösung zu Aufgabe 3.2 .....	91
Aufgabe 3.3 .....	92
Lösung zu Aufgabe 3.3 .....	93
Aufgabe 3.4 .....	95
Lösung zu Aufgabe 3.4 .....	96
Aufgabe 3.5 .....	97
Lösung zu Aufgabe 3.5 .....	98
Aufgabe 3.6 .....	99
Lösung zu Aufgabe 3.6 .....	100
Aufgabe 3.7 .....	102
Lösung zu Aufgabe 3.7 .....	103
Aufgabe 3.8 .....	104
Lösung zu Aufgabe 3.8 .....	105

<b>4</b>	<b>Magnetisches Feld</b> .....	<b>106</b>
	Aufgabe 4.1 .....	107
	Lösung zu Aufgabe 4.1 .....	108
	Aufgabe 4.2 .....	108
	Lösung zu Aufgabe 4.2 .....	109
	Aufgabe 4.3 .....	111
	Lösung zu Aufgabe 4.3 .....	111
	Aufgabe 4.4 .....	113
	Lösung zu Aufgabe 4.4 .....	113
	Aufgabe 4.5 .....	114
	Lösung zu Aufgabe 4.5 .....	115
	Aufgabe 4.6 .....	116
	Lösung zu Aufgabe 4.6 .....	117
	Aufgabe 4.7 .....	119
	Lösung zu Aufgabe 4.7 .....	120
	Aufgabe 4.8 .....	122
	Lösung zu Aufgabe 4.8 .....	123
	Aufgabe 4.9 .....	125
	Lösung zu Aufgabe 4.9 .....	126
	Aufgabe 4.10 .....	127
	Lösung zu Aufgabe 4.10 .....	128
<b>5</b>	<b>Berechnung zeitabhängiger Vorgänge</b> .....	<b>130</b>
	Aufgabe 5.1 .....	132
	Lösung zu Aufgabe 5.1 .....	132
	Aufgabe 5.2 .....	133
	Lösung zu Aufgabe 5.2 .....	134
	Aufgabe 5.3 .....	135
	Lösung zu Aufgabe 5.3 .....	136
	Aufgabe 5.4 .....	137
	Lösung zu Aufgabe 5.4 .....	137
	Aufgabe 5.5 .....	138
	Lösung zu Aufgabe 5.5 .....	138
	Aufgabe 5.6 .....	139
	Lösung zu Aufgabe 5.6 .....	140
	Aufgabe 5.7 .....	140
	Lösung zu Aufgabe 5.7 .....	141
	Aufgabe 5.8 .....	142
	Lösung zu Aufgabe 5.8 .....	143
	Aufgabe 5.9 .....	145
	Lösung zu Aufgabe 5.9 .....	146
	Aufgabe 5.10 .....	147
	Lösung zu Aufgabe 5.10 .....	148

## 6

**Komplexe Wechselstromrechnung . . . . . 149**

Aufgabe 6.1 . . . . .	150
Lösung zu Aufgabe 6.1 . . . . .	150
Aufgabe 6.2 . . . . .	151
Lösung zu Aufgabe 6.2 . . . . .	152
Aufgabe 6.3 . . . . .	153
Lösung zu Aufgabe 6.3 . . . . .	153
Aufgabe 6.4 . . . . .	154
Lösung zu Aufgabe 6.4 . . . . .	154
Aufgabe 6.5 . . . . .	155
Lösung zu Aufgabe 6.5 . . . . .	156
Aufgabe 6.6 . . . . .	157
Lösung zu Aufgabe 6.6 . . . . .	157
Aufgabe 6.7 . . . . .	158
Lösung zu Aufgabe 6.7 . . . . .	159
Aufgabe 6.8 . . . . .	160
Lösung zu Aufgabe 6.8 . . . . .	160
Aufgabe 6.9 . . . . .	161
Lösung zu Aufgabe 6.9 . . . . .	162
Aufgabe 6.10 . . . . .	163
Lösung zu Aufgabe 6.10 . . . . .	163
Aufgabe 6.11 . . . . .	165
Lösung zu Aufgabe 6.11 . . . . .	165
Aufgabe 6.12 . . . . .	167
Lösung zu Aufgabe 6.12 . . . . .	168
Aufgabe 6.13 . . . . .	169
Lösung zu Aufgabe 6.13 . . . . .	170
Aufgabe 6.14 . . . . .	172
Lösung zu Aufgabe 6.14 . . . . .	172
Aufgabe 6.15 . . . . .	174
Lösung zu Aufgabe 6.15 . . . . .	174
Aufgabe 6.16 . . . . .	175
Lösung zu Aufgabe 6.16 . . . . .	176
Aufgabe 6.17 . . . . .	177
Lösung zu Aufgabe 6.17 . . . . .	177
Aufgabe 6.18 . . . . .	179
Lösung zu Aufgabe 6.18 . . . . .	179

## 7

**Zeigerdiagramme und Ortskurven . . . . . 182**

Aufgabe 7.1 . . . . .	184
Lösung zu Aufgabe 7.1 . . . . .	184
Aufgabe 7.2 . . . . .	186
Lösung zu Aufgabe 7.2 . . . . .	186
Aufgabe 7.3 . . . . .	188
Lösung zu Aufgabe 7.3 . . . . .	188
Aufgabe 7.4 . . . . .	190
Lösung zu Aufgabe 7.4 . . . . .	190

Aufgabe 7.5 .....	191
Lösung zu Aufgabe 7.5 .....	192
Aufgabe 7.6 .....	193
Lösung zu Aufgabe 7.6 .....	194
Aufgabe 7.7 .....	195
Lösung zu Aufgabe 7.7 .....	195
Aufgabe 7.8 .....	197
Lösung zu Aufgabe 7.8 .....	197
Aufgabe 7.9 .....	199
Lösung zu Aufgabe 7.9 .....	199
Aufgabe 7.10 .....	200
Lösung zu Aufgabe 7.10 .....	200

**8**

**Schwingkreise und Filterschaltungen ..... 202**

Aufgabe 8.1 .....	203
Lösung zu Aufgabe 8.1 .....	204
Aufgabe 8.2 .....	205
Lösung zu Aufgabe 8.2 .....	205
Aufgabe 8.3 .....	206
Lösung zu Aufgabe 8.3 .....	207
Aufgabe 8.4 .....	208
Lösung zu Aufgabe 8.4 .....	208
Aufgabe 8.5 .....	210
Lösung zu Aufgabe 8.5 .....	211
Aufgabe 8.6 .....	213
Lösung zu Aufgabe 8.6 .....	213
Aufgabe 8.7 .....	215
Lösung zu Aufgabe 8.7 .....	215
Aufgabe 8.8 .....	218
Lösung zu Aufgabe 8.8 .....	218

**9**

**Schaltungen mit Operationsverstärkern ..... 220**

Aufgabe 9.1 .....	221
Lösung zu Aufgabe 9.1 .....	222
Aufgabe 9.2 .....	223
Lösung zu Aufgabe 9.2 .....	224
Aufgabe 9.3 .....	225
Lösung zu Aufgabe 9.3 .....	226
Aufgabe 9.4 .....	227
Lösung zu Aufgabe 9.4 .....	227
Aufgabe 9.5 .....	228
Lösung zu Aufgabe 9.5 .....	228
Aufgabe 9.6 .....	229
Lösung zu Aufgabe 9.6 .....	229
Aufgabe 9.7 .....	230
Lösung zu Aufgabe 9.7 .....	231
Aufgabe 9.8 .....	232
Lösung zu Aufgabe 9.8 .....	232

Aufgabe 9.9 .....	234
Lösung zu Aufgabe 9.9 .....	234
Aufgabe 9.10 .....	236
Lösung zu Aufgabe 9.10 .....	236
Aufgabe 9.11 .....	237
Lösung zu Aufgabe 9.11 .....	238
Aufgabe 9.12 .....	240
Lösung zu Aufgabe 9.12 .....	241
Aufgabe 9.13 .....	242
Lösung zu Aufgabe 9.13 .....	243
Aufgabe 9.14 .....	245
Lösung zu Aufgabe 9.14 .....	246
Aufgabe 9.15 .....	247
Lösung zu Aufgabe 9.15 .....	247
Aufgabe 9.16 .....	249
Lösung zu Aufgabe 9.16 .....	250

## **10** Dreiphasensysteme ..... **251**

Aufgabe 10.1 .....	252
Lösung zu Aufgabe 10.1 .....	253
Aufgabe 10.2 .....	253
Lösung zu Aufgabe 10.2 .....	254
Aufgabe 10.3 .....	255
Lösung zu Aufgabe 10.3 .....	255
Aufgabe 10.4 .....	257
Lösung zu Aufgabe 10.4 .....	257
Aufgabe 10.5 .....	258
Lösung zu Aufgabe 10.5 .....	259
Aufgabe 10.6 .....	260
Lösung zu Aufgabe 10.6 .....	260
Aufgabe 10.7 .....	261
Lösung zu Aufgabe 10.7 .....	261
Aufgabe 10.8 .....	262
Lösung zu Aufgabe 10.8 .....	263
Aufgabe 10.9 .....	265
Lösung zu Aufgabe 10.9 .....	265
Aufgabe 10.10 .....	266
Lösung zu Aufgabe 10.10 .....	267
Aufgabe 10.11 .....	268
Lösung zu Aufgabe 10.11 .....	268
Aufgabe 10.12 .....	270
Lösung zu Aufgabe 10.12 .....	271
Aufgabe 10.13 .....	272
Lösung zu Aufgabe 10.13 .....	272
Aufgabe 10.14 .....	273
Lösung zu Aufgabe 10.14 .....	274
Aufgabe 10.15 .....	275
Lösung zu Aufgabe 10.15 .....	275

Aufgabe 10.16 ..... 277  
 Lösung zu Aufgabe 10.16 ..... 277  
 Aufgabe 10.17 ..... 279  
 Lösung zu Aufgabe 10.17 ..... 279  
 Aufgabe 10.18 ..... 280  
 Lösung zu Aufgabe 10.18 ..... 281  
 Aufgabe 10.19 ..... 282  
 Lösung zu Aufgabe 10.19 ..... 283

**11 Transistorschaltungen ..... 284**

Aufgabe 11.1 ..... 285  
 Lösung zu Aufgabe 11.1 ..... 286  
 Aufgabe 11.2 ..... 286  
 Lösung zu Aufgabe 11.2 ..... 287  
 Aufgabe 11.3 ..... 288  
 Lösung zu Aufgabe 11.3 ..... 289  
 Aufgabe 11.4 ..... 291  
 Lösung zu Aufgabe 11.4 ..... 292  
 Aufgabe 11.5 ..... 293  
 Lösung zu Aufgabe 11.5 ..... 293  
 Aufgabe 11.6 ..... 294  
 Lösung zu Aufgabe 11.6 ..... 295  
 Aufgabe 11.7 ..... 296  
 Lösung zu Aufgabe 11.7 ..... 296  
 Aufgabe 11.8 ..... 297  
 Lösung zu Aufgabe 11.8 ..... 297  
 Aufgabe 11.9 ..... 298  
 Lösung zu Aufgabe 11.9 ..... 299  
 Aufgabe 11.10 ..... 300  
 Lösung zu Aufgabe 11.10 ..... 301  
 Aufgabe 11.11 ..... 302  
 Lösung zu Aufgabe 11.11 ..... 302  
 Aufgabe 11.12 ..... 303  
 Lösung zu Aufgabe 11.12 ..... 303  
 Aufgabe 11.13 ..... 304  
 Lösung zu Aufgabe 11.13 ..... 304  
 Aufgabe 11.14 ..... 305  
 Lösung zu Aufgabe 11.14 ..... 305  
 Aufgabe 11.15 ..... 306  
 Lösung zu Aufgabe 11.15 ..... 306

**12 Übertrager ..... 307**

Aufgabe 12.1 ..... 308  
 Lösung zu Aufgabe 12.1 ..... 308  
 Aufgabe 12.2 ..... 309  
 Lösung zu Aufgabe 12.2 ..... 310  
 Aufgabe 12.3 ..... 311  
 Lösung zu Aufgabe 12.3 ..... 311

Aufgabe 12.4 .....	312
Lösung zu Aufgabe 12.4 .....	312
Aufgabe 12.5 .....	313
Lösung zu Aufgabe 12.5 .....	314
Aufgabe 12.6 .....	315
Lösung zu Aufgabe 12.6 .....	315
Aufgabe 12.7 .....	317
Lösung zu Aufgabe 12.7 .....	317
Aufgabe 12.8 .....	318
Lösung zu Aufgabe 12.8 .....	319
Aufgabe 12.9 .....	320
Lösung zu Aufgabe 12.9 .....	321
Aufgabe 12.10 .....	322
Lösung zu Aufgabe 12.10 .....	322
Aufgabe 12.11 .....	323
Lösung zu Aufgabe 12.11 .....	324
Aufgabe 12.12 .....	325
Lösung zu Aufgabe 12.12 .....	325
<b>Index .....</b>	<b>327</b>

# 2

## Stationäres elektrisches Strömungsfeld

Bei den elektrischen Gleichstromnetzwerken werden die elektrischen Leiter, die die Quellen mit den Bauelementen verbinden, als lang gegenüber ihren konstanten Querschnittsabmessungen angenommen. Damit kann in jedem Punkt einer Leitung von einer konstanten Stromdichte ausgegangen werden. In diesem Kapitel werden Stromverteilungen in komplexen Leiteranordnungen betrachtet, die zu einer ortsabhängigen Stromdichte  $\vec{S}$  führen. In einer elektrisch leitfähigen Struktur ergeben sich zwischen zwei Punkten mit einer Potenzialdifferenz die elektrischen Strömungslinien, deren Gesamtheit das elektrische Strömungsfeld bildet. Senkrecht zu den elektrischen Strömungslinien ergeben sich die Äquipotenziallinien  $\varphi = \text{konst.}$  Streng genommen handelt es sich hier – eine dreidimensionale Leiterstruktur vorausgesetzt – um Äquipotenzialflächen. Es ergibt sich somit eine eindeutige Verteilung des Potentials, dem ein wirbelfreies Vektorfeld gemäß:

$$\vec{E} = -\text{grad}(\varphi)$$

zugeordnet werden kann. Das stationäre elektrische Strömungsfeld ist durch die Vektoren der Stromdichte  $\vec{S}$  und der elektrischen Feldstärke  $\vec{E}$  gekennzeichnet. In einem elektrischen Leiter haben  $\vec{S}$  und  $\vec{E}$  die gleiche Richtung und zeigen vom höheren zum niedrigeren Potential.

Die Gleichung

$$d\varphi = \text{grad } \varphi \, d\vec{s} = -\vec{E} \, d\vec{s}$$

zeigt, dass die Potenzialdifferenz zwischen zwei Punkten 1 und 2 als Funktion der Feldstärke angegeben werden kann. Es gilt

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \, d\vec{s}$$

Damit ist die elektrische Spannung  $U_{12}$  zwischen den Punkten 1 und 2 gleich dem Linienintegral der elektrischen Feldstärke zwischen den Punkten 1 und 2

$$U_{12} = -U_{21} = \int_1^2 \vec{E} \, d\vec{s}$$

Die Summe der Spannungen  $U_{12}$  und  $U_{21} = -U_{12}$  ist unabhängig vom Integrationsweg gleich null, d. h. das Umlaufintegral der elektrischen Feldstärke ist gleich null, anders formuliert, das elektrische Feld ist wirbelfrei

$$\oint_C \vec{E} \, d\vec{s} = 0$$

Die Aufgaben 2.1 bis 2.8 behandeln das elektrische Strömungsfeld, während die Aufgabe 2.9 das elektrische Strömungsfeld in Verbindung mit der Ersatzspannungsquelle zum Inhalt hat.

## Elektrisches Strömungsfeld

### Aufgabe 2.1

Gegeben sei ein metallischer Mast (Höhe  $h = 13$  m), der durch einen Halbkugelerder (Radius  $r_0 = 40$  cm) geerdet wird. Vereinfacht kann der Mast als Leitung mit einer kreisrunden Querschnittsfläche betrachtet werden (Durchmesser  $d = 3$  cm, spezifischer Widerstand:  $\varrho_L = 8 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$ ). Die Leitfähigkeit des Erders kann als ideal angenommen werden ( $\kappa_E \rightarrow \infty$ ). Für die Leitfähigkeit des Bodens wird aufgrund von unterschiedlichen Bodenbeschaffenheiten folgender Zusammenhang angenommen:  $\kappa(r) = \kappa_0 \cdot \frac{r}{r_0}$ . Durch einen Blitzeinschlag entsteht ein kurzzeitiger Blitzstrom  $I$  mit einem Spitzenwert  $I_{\text{max}} = 150$  kA.

Stromverdrängungseffekte sollen bei der Rechnung vernachlässigt werden. Eine gleichmäßige Stromverteilung im Erder ist anzunehmen.

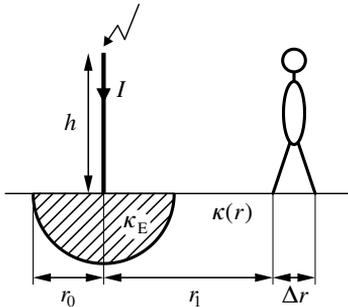


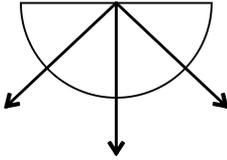
Bild 2.1.1 Skizze der Versuchsanordnung

- Skizzieren Sie die Feldlinien der Stromdichte  $\vec{S}$  und der elektrischen Feldstärke  $\vec{E}$  (in einer neuen Zeichnung). Begründen Sie die Austrittsrichtung der elektrischen Feldlinien aus der Halbkugelerdoberfläche.
- Geben Sie die Formel für die elektrische Stromdichte in Abhängigkeit vom Abstand  $r$  an. Wo tritt in der Umgebung des Erders ( $r \geq r_0$ ) die maximale Stromdichte auf? Berechnen Sie den Maximalwert  $S_{\text{max}}$  (Zahlenwert).
- Geben Sie die Formel für die elektrische Feldstärke in Abhängigkeit vom Abstand ( $r \geq r_0$ ) vom Erder an.
- Berechnen Sie  $\kappa_0$  (Konstante für die ortsabhängige Leitfähigkeit  $\kappa(r)$  des Bodens), wenn die Schrittspannung  $U_S$  ( $\Delta r = 0,8$  m) den Wert  $40$  V nicht überschreiten soll und ein Mindestabstand von  $r_1 = 20$  m vom Mittelpunkt des Erders eingehalten werden muss.
- Berechnen Sie die in der gesamten Anordnung (Erder und Mast) (kurzzeitig) umgesetzte Leistung  $P_{\text{max}}$  (Zahlenwert).

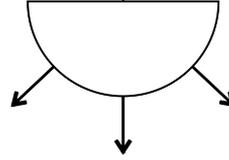
### Lösung zu Aufgabe 2.1

- Da  $\kappa_E \rightarrow \infty$ , treten die Feldlinien senkrecht aus der Oberfläche des Erders aus (ideale Elektrode).

$$b) \quad I_{\text{max}} = \int_A \vec{S} \cdot d\vec{A} = S(r) \cdot A \quad \text{mit} \quad A = 2 \cdot \pi \cdot r^2 \Rightarrow S(r) = \frac{I_{\text{max}}}{2 \cdot \pi \cdot r^2}$$



**Bild 2.1.2** Verlauf des Stromdichtevektors



**Bild 2.1.3** Verlauf des elektrischen Feldstärkevektors

Die größte Stromdichte tritt an der Oberfläche des Erders auf ( $r = r_0$ ), da diese für  $r > r_0$  abnimmt.

$$S_{\max} = S(r_0) = \frac{I_{\max}}{2 \cdot \pi \cdot r_0^2} \approx \underline{\underline{149,21 \frac{\text{kA}}{\text{m}^2}}}$$

c) 
$$E(r) = \frac{1}{\kappa(r)} \cdot S(r) = \frac{I_{\max}}{2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \kappa_0 \cdot \frac{r}{r_0}} = \frac{I_{\max} \cdot r_0}{2 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \kappa_0}$$

d) 
$$U_S = \varphi(r_1) - \varphi(r_1 + \Delta r) = \int_{r_1}^{r_1 + \Delta r} E(r) \cdot dr = \int_{r_1}^{r_1 + \Delta r} \frac{I_{\max} \cdot r_0}{2 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \kappa_0} \cdot dr$$

$$= \frac{I_{\max} \cdot r_0}{2 \cdot \pi \cdot \kappa_0} \cdot \int_{r_1}^{r_1 + \Delta r} \frac{1}{r^3} \cdot dr = \frac{I_{\max} \cdot r_0}{4 \cdot \pi \cdot \kappa_0} \cdot \left[ \frac{-1}{r^2} \right]_{r_1}^{r_1 + \Delta r}$$

$$= \frac{I_{\max} \cdot r_0}{4 \cdot \pi \cdot \kappa_0} \cdot \left( \frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{(r_1 + \Delta r)^2} \right) = 40 \text{ V}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\kappa_0 \approx 22,51 \cdot 10^{-3} \frac{\text{S}}{\text{m}}}}$$

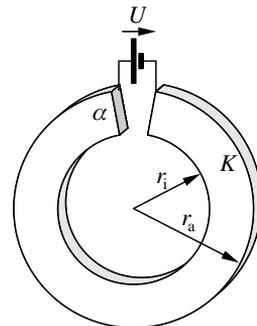
e) 
$$P_{\max} = I_{\max}^2 \cdot R_{\text{ges}} = I_{\max}^2 \cdot (R_{\text{Halbkugel}} + R_{\text{Mast}}) = I_{\max}^2 \cdot \left( 0 + \frac{\rho_L \cdot h}{\pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2} \right)$$

$$P_{\max} = 220\,694 \text{ W} = \underline{\underline{220,694 \text{ kW}}}$$

Da der Erder ideal leitfähig ist ( $R = 0$ ), wird in ihm keine Leistung umgesetzt.

### Aufgabe 2.2

Ein RC-Glied besteht aus einem kreisförmigen Leiterbogen mit der spezifischen Leitfähigkeit  $\kappa = 1,234 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\Omega \cdot \text{m}}$ , der an einer Stelle geöffnet ist,  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}$ . Dort ist er mit seiner quadratischen Anfangs- und Endfläche  $A$  mit einer Batterie verbunden. Der mittlere Durchmesser beträgt  $r_a + r_i$  mit  $r_a = 1,1 \cdot r_i$ . Der Öffnungswinkel beträgt  $360^\circ - \alpha$ . Die Elektroden sind ideal leitend.



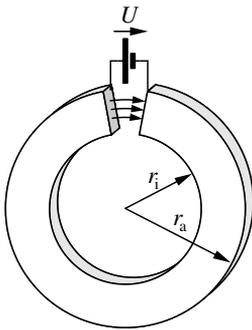
**Bild 2.2.1** Skizze der Anordnung

- a) Zeichnen Sie die Feldlinien des Strömungsfeldes und des elektrischen Feldes (im luftgefüllten Bereich) in das Bild ein.
- b) Wie groß ist die Kapazität zwischen den Anschlussklemmen im luftgefüllten Raum? Benutzen Sie dafür die Formel eines Plattenkondensators. Gehen Sie für diesen Aufgabenteil davon aus, dass die Anschlussplatten für kleine Öffnungswinkel parallel zueinander liegen und benutzen Sie den Abstand bei  $r = \frac{(r_a + r_i)}{2}$ .
- c) Wie groß ist der Widerstand des Leiters? Benutzen Sie dafür unbedingt die Formeln zur Beschreibung eines Strömungsfeldes.
- d) Wie groß muss der Winkel  $\alpha$  sein, damit die RC-Schaltung sich nach vollständiger Aufladung durch eine Batterie nach 0,01 s auf 37 % entladen hat?
- e) Jetzt wird der Plattenabstand auf die Hälfte reduziert. Wie groß ist jetzt die Entladezeit im Vergleich zu jener aus Aufgabenteil d)? Verwenden Sie dafür eine Relation aus den Mengen  $\{1x, 2x, 4x\}$  und  $\{>, =, <\}$ . Begründen Sie Ihr Ergebnis.

*Hinweis:* Entladefunktion eines RC-Gliedes:  $u_c(t) = U \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

### Lösung zu Aufgabe 2.2

- a) Die Feldlinien des elektrischen Strömungsfeldes sind Kreisbahnen innerhalb des Leiters. Die Feldlinien des elektrischen Feldes befinden sich im Innenraum des Kreisrings, die Richtung läuft vom höheren zum niedrigeren Potenzial.



**Bild 2.2.2** Verlauf der elektrischen Feldlinien und Strömungslinien im Luftspalt

- b) Berechnung des Plattenabstands  $d$  und des Radius der kreisförmigen Plattenfläche:

$$d = 2\pi r \frac{360 - \alpha}{360} \quad \text{mit} \quad r = \frac{(r_a + r_i)}{2}$$

$$C = \frac{A \epsilon_0}{d} = \frac{A \epsilon_0}{2\pi \frac{(r_a + r_i)}{2} \frac{(360 - \alpha)}{360}}$$

*Hinweis:*  $\epsilon_r$  von Luft kann mit 1 angenommen werden.

Einsetzen in die Formel für die Kapazität eines Plattenkondensators ergibt:

$$C = \frac{A \cdot \epsilon_0}{d} = \frac{A \cdot \epsilon_0}{2\pi \frac{(r_a + r_i)}{2} \cdot \frac{(360 - \alpha)}{360}}$$

$$\text{c) } U = \int E \, dx$$

$$\frac{2\pi r}{360} = \frac{dx}{d\alpha}$$

Diese Proportion nach  $dx$  aufgelöst und eingesetzt ergibt:

$$U = \frac{2\pi r}{360} \int_0^\alpha E(r) \, d\alpha = \frac{2\pi r}{360} \alpha \cdot E(r)$$

$$b = \frac{A}{r_a - r_i} \quad (\text{Breite})$$

$$I = b \int_{r_i}^{r_a} S(r) \, dr$$

mit  $E(r) = U \frac{360}{2\pi \cdot r \cdot \alpha}$  und  $S(r) = \kappa \cdot E(r)$  wird  $S(r) = \kappa \cdot U \cdot \frac{360}{2\pi r \alpha}$

$$I = b \int_{r_i}^{r_a} \kappa \cdot U \frac{360}{2\pi \cdot r \cdot \alpha} \, dr$$

$$\frac{I}{U} = \frac{1}{R} = b\kappa \frac{360}{2\pi \cdot \alpha} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

Aufgelöst nach  $R$  ergibt:

$$R = \frac{2\pi \cdot \alpha}{360 \cdot b \cdot \kappa \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} = \frac{2\pi \cdot \alpha}{360 \cdot b \cdot \kappa \cdot \ln(1,1)}$$

$$\text{d) } e^{-\frac{0,01 \text{ s}}{\tau}} = 0,37$$

$$\tau = \frac{-0,01 \text{ s}}{\ln(0,37)} = 0,01 \text{ s} = R \cdot C = \frac{2\pi \cdot \alpha}{360 \cdot b \cdot \kappa \cdot \ln(1,1)} \cdot \frac{A\epsilon_0}{2\pi \frac{r_a + r_i}{2} \cdot \frac{360 - \alpha}{360}}$$

$$\text{mit } b = \frac{A}{r_a - r_i}$$

$$0,01 \text{ s} = \frac{2\pi \cdot \alpha}{360 \cdot b \cdot \kappa \cdot \ln(1,1)} \cdot \frac{A\epsilon_0}{2\pi \frac{r_a + r_i}{2} \cdot \frac{360 - \alpha}{360}} = \frac{2 \cdot \alpha \cdot \epsilon_0 (r_a - r_i)}{\kappa \cdot \ln(1,1) \cdot (r_a + r_i) \cdot (360 - \alpha)}$$

$$0,01 \text{ s} (360 - \alpha) \frac{r_a + r_i}{2} - \frac{\epsilon_0 (r_a - r_i)}{\kappa \cdot \ln(1,1)} \alpha = 0$$

Aus der Aufgabenstellung gilt:  $r_a = 1,1 \cdot r_i$

$$3,6 \text{ s} = \alpha \left( 0,01 \text{ s} + \frac{2\epsilon_0 (r_a - r_i)}{\kappa \cdot \ln(1,1) \cdot (r_a + r_i)} \right) = \alpha \left( 0,01 \text{ s} + \frac{2\epsilon_0 \cdot 0,1}{\kappa \cdot \ln(1,1) \cdot 2,1} \right)$$

$$\alpha = \frac{3,6 \text{ s}}{0,01 \text{ s} + \frac{2\epsilon_0 \cdot 0,1}{\kappa \cdot \ln(1,1) \cdot 2,1}} = \underline{\underline{357,437^\circ}}$$

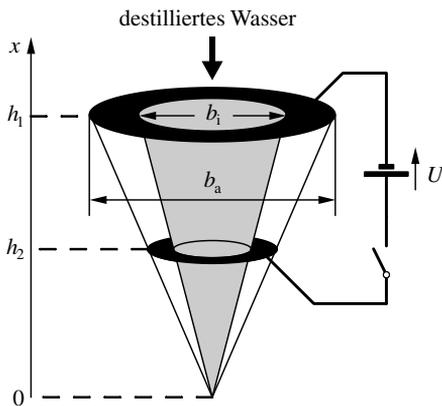
$$360^\circ - \alpha = \underline{\underline{2,56^\circ}}$$

- e) Die Kapazität des Kondensators verdoppelt sich bei Halbierung des Plattenabstands. Der Widerstand des Ringes steigt geringfügig durch die Vergrößerung der Länge. Insgesamt wird die Entladezeit größer als 2-mal die vorherige Entladezeit betragen.

### Aufgabe 2.3

Ein Behälter besteht aus zwei nicht leitenden Hohlkegeln, die koaxial ineinander gesteckt sind und deren Spitzen sich am unteren Ende des Behälters berühren. Das Volumen zwischen diesen beiden Hohlkegeln ist mit einem leitfähigen Material mit dem spezifischen Widerstand  $\varrho$  gefüllt. Es gibt zwei Kontaktierungen, eine oben an dem ideal leitenden Ring auf der Höhe  $h_1$  und eine weitere an dem ideal leitenden Ring auf der Höhe  $h_2$ . Die Ausdehnung der Kegel ist dabei so groß, dass die Feldlinien senkrecht in die ideal leitenden Kontaktstellen laufen. Die Zuleitungen werden an eine Spannungsquelle angeschlossen. Folgende Werte sind gegeben:

$$h_1 = 1 \text{ m}, \quad h_2 = 0,4 \text{ m}, \quad b_i = 5 \text{ mm}, \quad b_a = 10 \text{ mm}, \quad \varrho = 0,027 \mu\Omega \cdot \text{m}$$



**Bild 2.3.1** Anordnung des leitenden Körpers

- Wie groß sind die beiden Querschnittsflächen  $A_1$  und  $A_2$  der Kegel in Abhängigkeit von  $x$ ?
- Wie groß ist die Schnittfläche  $A_3$  durch das leitende Material in Abhängigkeit von  $x$ ?
- Zeichnen Sie drei elektrische Feldlinien an verschiedenen Stellen ein.
- Berechnen Sie den elektrischen Widerstand, den die Konstruktion dem Stromkreis entgegengesetzt.

Nun wird die Konstruktion mit  $23^\circ\text{C}$  warmem destilliertem Wasser (nicht leitend) gefüllt und der Stromkreis geschlossen. Gehen Sie davon aus, dass 100 % der erzeugten Wärme an das Wasser abgegeben werden.

- Wie viel Wärmeenergie wird mit der Widerstandskonstruktion nach 1 Minute Betriebszeit erzeugt?

### Lösung zu Aufgabe 2.3

- Die Formel für die Fläche eines Kreises lautet:

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \pi \cdot \frac{b^2}{4}$$

Abhängigkeit des Durchmessers von  $x$ :  $b = x \frac{b_a}{h_1}$

$$A_1 = \pi \frac{(x \cdot b_a/h_1)^2}{4}, \quad A_2 = \pi \frac{(x \cdot b_i/h_1)^2}{4}$$

b)  $A_3 = A_1 - A_2$

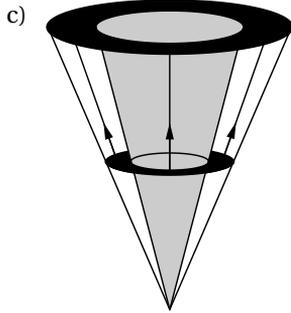


Bild 2.3.2

d)  $E(x) = \varrho \cdot S(x)$

$$E(x) = \varrho \cdot \frac{I}{A_3(x)}$$

$$U = \int_{h_2}^{h_1} E(x) \, dx$$

$$U = \int_{h_2}^{h_1} \varrho \cdot \frac{I}{A_3(x)} \, dx$$

$$R = \frac{U}{I}$$

$$R = \int_{h_2}^{h_1} \varrho \cdot \frac{1}{A_3(x)} \, dx$$

$$R = 4\varrho \cdot \int_{h_2}^{h_1} \frac{1}{\left(x \frac{b_a}{h_1}\right)^2 - \left(x \frac{b_i}{h_1}\right)^2} \, dx$$

$$R = \frac{4\varrho \cdot h_1^2}{(b_a)^2 + (b_i)^2} \cdot \int_{h_2}^{h_1} \frac{1}{x^2} \, dx$$

$$R = \frac{4\varrho \cdot h_1^2}{(b_a)^2 + (b_i)^2} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)_{h_2}^{h_1}$$

$$R = \frac{4\varrho \cdot h_1^2}{(b_a)^2 + (b_i)^2} \cdot \left(-\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2}\right)$$

$$\underline{\underline{R = 3,9 \cdot 10^{-9} \, \Omega}}$$

e) Die erzeugte Wärmeenergie ist unabhängig von der Wassertemperatur.

$$Q = P \cdot 60 \, \text{s}$$

$$Q = \frac{U^2}{R} \cdot 60 \, \text{s}$$

### Aufgabe 2.4

Ein Körper mit dem spezifischen Leitwert  $\kappa$  wird über zwei ideal leitende Kontakte an eine Spannungsquelle angeschlossen. Der Körper ist rotationssymmetrisch bezüglich der  $x$ -Achse. Sein Längsschnitt entlang der  $x$ -Achse ist im Bild 2.4.1 dargestellt. Die äußere Kontur des Körpers entspricht einer Sinusschwingung von 0 bis  $\frac{7}{4}\pi$  mit einer Amplitude von 2 cm. Die linke Elektrode hat eine Breite von 5 cm; die Längsausdehnung des Körpers beträgt 10 m. Es kann davon ausgegangen werden, dass aufgrund der Abmessungen des Körpers die Stromdichte konstant über die Querschnittsfläche ist.

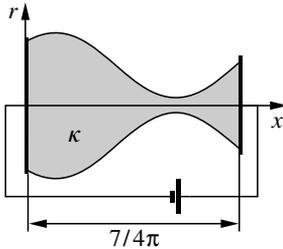


Bild 2.4.1

- Geben Sie die Querschnittsfläche  $A$  des Körpers in Abhängigkeit von  $x$  in der Einheit  $\text{m}^2$  an.
- Zeichnen Sie fünf Feldlinien des elektrischen Strömungsfeldes (mit korrekter Richtung) qualitativ in die Abbildung ein.
- Geben Sie die Formeln für die Stromdichte und das elektrische Feld in Abhängigkeit der  $x$ -Koordinate an.
- Geben Sie die Integralgleichung an, mit deren Hilfe der Widerstand des gesamten Körpers berechnet werden kann.
- Durch einen Fabrikationsfehler besitzt ein weiterer Körper eine Leitfähigkeit  $\kappa' = \frac{\kappa}{2}$  sowie die doppelte Ausdehnung in alle drei Raumrichtungen. Zusätzlich werden die unterschiedlich großen Anschlussklemmen vertauscht. Wie groß ist der Widerstand  $R'$  im Verhältnis zum Widerstand  $R$  des ursprünglichen Körpers?

### Lösung zu Aufgabe 2.4

- Die Querschnittsfläche des Körpers ist an jeder  $x$ -Position eine Kreisscheibe.

$A = \pi \cdot r^2$ , wobei  $r$  der Radius der Kreisscheibe ist.

Der Körper ist achsensymmetrisch. Der von der  $x$ -Position abhängige Radius lässt sich durch eine Sinusfunktion mit einer Amplitude von 2 cm, die um 2,5 cm nach oben verschoben ist, darstellen.

$$A(x) = \pi \left( \left( 2,5 + 2 \cdot \sin \left( \frac{x}{10 \text{ m}} \frac{7}{4} \pi \right) \right) \cdot 10^{-2} \right)^2 \text{ m}^2$$

- Die Feldlinien des elektrischen Strömungsfeldes befinden sich innerhalb des Körpers. Ihre Form nähert sich der Form des Körpers an. Sie verlaufen von der positiven zur negativen Seite des Körpers.

# Index

## A

abhängiger Strom 46  
Amplitudenresonanz 202  
Anpassung 85  
Äquipotenzialfläche 68  
Äquipotenziallinie 68, 87  
äquivalente Stromquelle 16  
Arbeitspunkt 143, 284  
Außenleiterstrom 251

## B

Bandpass 201, 221, 248  
Baum, vollständiger 15, 22, 28  
Baumzweig 15, 22  
bewegte Ladung 106  
Bezugsknoten 16 f.  
Bezugspunkt 49  
Bipolar-Transistor 284  
Blindleistung 150, 190, 252, 313  
Blindleistungskompensation 134, 163,  
202, 309  
Bode-Diagramm 202, 220  
Brückenschaltung 152, 161, 218

## C

Cramersche Regel 16 f.

## D

Dämpfungsmaß 202  
Determinante 17  
Dielektrikum 80, 104  
Differenzialgleichung 131  
Diode 131, 145, 147  
Drehkondensator 97  
Dreieckschaltung 252  
Dreiecksspannung 251  
Dreiphasensystem 174, 251  
Durchflutungssatz 106

## E

Eingangskennlinie 299, 301  
elektrische Feldkonstante 86  
elektrische Feldstärke 68  
–, Tangentialkomponente 86  
elektrische Flussdichte 86  
elektrische Strömungslinie 68  
elektrisches Feld 86, 104  
–, wirbelfreies 68, 86  
elektrisches Strömungsfeld 68 f., 104  
Elektron, Ladung 93  
–, Masse 93  
elektrostatisches Feld 86  
Emitterschaltung 299  
Ersatzschaltbild, magnetisches 108  
Ersatzspannungsquelle 15, 45, 54, 58, 62,  
154  
Ersatzstromquelle 15, 50, 62

## F

Feld, elektrisches 86, 104  
–, elektrostatisches 86  
–, magnetisches 106, 110  
–, stationäres 106  
Feldkonstante, elektrische 86  
Feldlinien 87  
–, magnetische 106  
Feldstärke, elektrische 68  
–, Linienintegral der elektrischen 68  
–, Linienintegral der magnetischen 106  
–, magnetische 106  
–, Tangentialkomponente der magneti-  
schen 110  
–, Umlaufintegral der elektrischen 68, 86  
–, Umlaufintegral der magnetischen 106  
Filterschaltung 202, 221

Flussdichte, elektrische 86  
 –, magnetische 106, 113  
 –, Normalkomponente der magnetischen 110  
 freier Ladungsträger 86

## G

Gaußscher Satz 91  
 Gegeninduktivität 113  
 Gleichrichter 145  
 Gleichrichtwert 147  
 Gleichstromnetzwerk 15  
 Gleichungssystem, lineares 15  
 Grenzschicht 90

## H

Hochpass 171, 238, 241

## I

ideale Spannungsquelle 51  
 ideale Stromquelle 50  
 Impedanzkonverter 227  
 Impedanztransformation 311  
 Innenwiderstand 45

## K

Kapazität des Drehkondensators 97  
 – eines Plattenkondensators 71  
 kinetische Energie 93  
 Klemmenspannung 51  
 Knoten 15, 22  
 Knotenpotenzial 44  
 Knotenpotenzialverfahren 15, 31, 46, 156  
 Knotenregel 15 f.  
 Knotenspannung 17  
 Koaxialkabel 80  
 Koeffizientendeterminante 17  
 Koeffizientenmatrix 17  
 Komplementärbaum 29  
 komplementärer Zweig 29  
 Koppelleitwert 17  
 Koppelzweig 16  
 Kopplungsfaktor 119  
 Kraftfeld 86, 106  
 Kuglkondensator 90 f.  
 Kurzschlussstrom 46

## L

Ladung, bewegte 106  
 –, ruhende elektrische 86  
 Ladung eines Elektrons 93  
 Ladungsträger, freier 86  
 Lastanpassung 61  
 Leerlaufspannung 45, 54  
 Leistungsanpassung 175, 308  
 Leiter, stromdurchflossener 106  
 Leitfähigkeit, ortsabhängige 69  
 Leitwert 17  
 lineares elektrisches Netzwerk 15  
 lineares Gleichungssystem 15  
 Linienintegral der elektrischen Feldstärke 68  
 – der magnetischen Feldstärke 106

## M

magnetische Feldlinien 106  
 magnetische Feldstärke 106  
 magnetische Flussdichte 106  
 – im Luftspalt 113  
 magnetischer Kreis 106, 109, 113  
 magnetischer Widerstand 106, 113  
 magnetisches Ersatzschaltbild 108  
 magnetisches Feld 106  
 – an der Grenzfläche 110  
 Manteltransformator 122  
 Maschengleichung, unabhängige 16  
 Maschenregel 16  
 Maschenstrom 16  
 Maschenstromverfahren 15, 18, 46, 156, 158  
 Maschenumlauf 19, 29  
 Maschenzweig 15  
 Masse eines Elektrons 93  
 Massepotenzial 44  
 materialabhängige relative Permeabilität 106  
 Maxwellsche Gleichungen 106  
 MOS-Transistor 284

## N

Netzwerk, lineares elektrisches 15  
 Neutralleiterstrom 251  
 nicht-invertierender Verstärker 243

Normalkomponente der magnetischen  
Flussdichte 110

## O

Operationsverstärker 220  
ortsabhängige Leitfähigkeit 69  
ortsabhängige Stromdichte 68  
Ortskurve 182, 202

## P

Parallelresonanz 158  
Parallelschwingkreis 200  
Periodendauer 134, 146, 208  
Permeabilität, materialabhängige relative 106  
Permeabilitätskonstante 106  
Permittivität 101  
Permittivitätszahl 86  
Phasenlage 132, 187, 222, 251  
Phasenresonanz 153, 191, 202  
Plattenkondensator 88  
Potenzial 68  
–, skalares 86  
Potenzialdifferenz 68

## Q

Quellenspannung 16  
Quellenstrom 17, 50, 62

## R

reale Spannungsquelle 50 f.  
Rechte-Hand-Regel 108  
Reihenschwingkreis 205  
Resonanz 202  
ruhende elektrische Ladung 86

## S

Sättigungsbereich 284, 289 ff.  
Schaltvorgang 131  
Selbstinduktivität 113  
Serienresonanz 158  
skalares Potenzial 86  
Spannung, unabhängige 46  
Spannungsquelle, ideale 51  
–, reale 50 f.

stationäres elektrisches Strömungsfeld 68,  
86

stationäres Feld 106  
Sternschaltung 252  
Sternspannung 251  
Strom, abhängiger 46  
–, unabhängiger 23, 46  
Stromdichte 68  
–, ortsabhängige 68  
stromdurchflossener Leiter 106  
Stromquelle, äquivalente 16  
–, ideale 50  
Strömungsfeld, elektrisches 68 f., 104  
–, stationäres elektrisches 68, 86  
Stromverteilung 68  
Superposition 160  
Superpositionsprinzip 15

## T

Tangentialkomponente der elektrischen  
Feldstärke 86  
Tangentialkomponente der magnetischen  
Feldstärke 110  
Temperaturkoeffizient 20  
T-Ersatzschaltbild 308  
Tiefpass 216, 222, 233  
Transformator 307  
Transistor 284

## U

Überlagerungssatz 15, 58, 64, 117  
Übertrager 307  
Übertragungsfunktion 150, 202 f.  
Umlaufintegral der elektrischen Feldstärke 68, 86  
Umlaufintegral der magnetischen Feldstärke 106  
Umspanner 307  
unabhängige Maschengleichungen 16  
unabhängige Spannung 46  
unabhängiger Strom 23, 46

## V

Vektorfeld 106  
–, wirbelfreies 68  
Verbindungszweig 15

Verstärker, nicht-invertierender 243  
virtueller Widerstand 23, 25, 39  
vollständiger Baum 15, 22, 28

**W**

Widerstand, magnetischer 106, 113  
–, virtueller 23, 25, 39  
wirbelfrei 68, 86  
wirbelfreies Vektorfeld 68  
Wirkleistung 150

**Z**

Zählpfeil 61  
Zeigerdiagramm 251  
zeitabhängiger Vorgang 130  
Zenerdiode 143, 302  
Zweig 15  
–, komplementärer 29  
Zweigspannung 15  
Zweigstrom 15  
Zylinderkondensator 99