

5. bis 10. Klasse

Mathematik

DUDEN

150 Mathe- übungen

Alle Themen
Typische Aufgaben

5. bis 10. Klasse



Duden

150 Mathe- übungen

5. bis 10. Klasse

Alle Themen
Typische Aufgaben

Mit Illustrationen von Steffen Butz

2., neu bearbeitete und
ergänzte Auflage



Dudenverlag
Mannheim • Zürich

Bibliografische Informationen der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Das Wort Duden ist für den Verlag
Bibliographisches Institut GmbH als Marke geschützt.

Alle Rechte vorbehalten.

Nachdruck, auch auszugsweise, vorbehaltlich der Rechte,
die sich aus den Schranken des UrhG ergeben, nicht gestattet.

© Duden 2012 D C B A
Bibliographisches Institut GmbH
Dudenstraße 6, 68167 Mannheim

Redaktionelle Leitung Dr. Sylvia Schmitt-Ackermann

Redaktion Dr. Wiebke Salzmann

Autorin Bärbel Volmer

Herstellung Annette Scheerer

Layout Horst Bachmann

Illustration Steffen Butz

Umschlaggestaltung Michael Acker

Umschlagillustration Steffen Butz

Satz Elstersatz, Stefan Hergenröder, Wildflecken

Druck und Bindung Heenemann GmbH & Co. KG

Bessemerstraße 83–91, 12103 Berlin

Printed in Germany

ISBN 978-3-411-73982-0

Liebe Schülerin, lieber Schüler!

Bei einem oder mehreren Themen in Mathe möchtest du dich besser auskennen? Mit diesem Buch bist du auf dem richtigen Weg dazu. Der Schwerpunkt des Bandes ist das Üben: Mehr als 150 Übungseinheiten ermöglichen dir, dich auf die Klassenarbeit vorzubereiten und das Rechnen zu trainieren. Dabei kannst du die Themenbereiche, die dir Schwierigkeiten bereiten, ganz gezielt angehen. Die Kapitel greifen alle Themen auf, die du von der 5. bis zur 10. Klasse beherrschen musst. Am Anfang der Kapitel oder Unterkapitel erleichtern dir „Infokästen“ den Einstieg.

Infokästen

In den Kästen findest du zusätzlich kurze Regeln und Rechenwege. Sie liefern den Stoff, den du aus der Schule kennst, in kleinen Portionen zum Auffrischen und Wiederholen. Danach kannst du das Wissen aus den Infokästen anhand der nachfolgenden Aufgaben üben.

Merke dir: Es ist nicht wichtig, dass du die Regeln auswendig lernst, sondern dass du sie anwendest, denn **Übung** macht den Meister.

Ob du nun Bruchrechnen, Geometrie, Prozent- und Zinsrechnen oder auch Wahrscheinlichkeitsrechnung trainieren willst, zu allem gibt es unterschiedliche Rechenübungen und Textaufgaben. Einige der Aufgaben kannst du direkt im Buch bearbeiten, für die anderen legst du dir am besten ein eigenes Übungsheft an.

Damit du dich bei den Übungen leicht zurechtfindest, steht in der Randspalte die **Klassenstufe**, für die die Aufgaben geeignet sind. Dies ist aber nur eine grobe Einordnung zur ersten Orientierung, schließlich unterrichtet nicht jeder Lehrer gleich, und oft werden in späteren Jahrgängen Aufgaben noch einmal abgefragt. Brauchst du ausführliche Hilfe zum Rechnen, sieh dir das Kapitel „Clevere Tipps zum Lösen von Matheaufgaben“ an.

Die ausführlichen **Lösungen** zu den Übungen findest du am Ende des Buches.

Inhalt

	Vorwort	3		6 Rechnen mit Brüchen	25
				6 Dezimalzahlen	27
				6 Schriftliches Addieren und Subtrahieren von Dezimal- zahlen	28
1	Zahlenmengen und Rechenregeln			6 Schriftliches Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen ...	29
	1.1 Natürliche und ganze Zahlen			6-7 Terme mit rationalen Zahlen	30
	5 Anordnung der natürlichen und der ganzen Zahlen	7		7 Potenzen und Quadratwurzeln ..	31
	5 Große Zahlen	8		7-8 Terme mit Variablen – Ausklammern und Ausmultiplizieren	32
	5 Runden und Überschlagen	9		8 Multiplizieren von Summen – binomische Formeln	33
	5 Zahlensysteme	10		1.3 Reelle Zahlen	
	5 Addieren und Subtrahieren natürlicher Zahlen	11		8 Rechnen mit Quadratwurzeln	34
	5 Addieren und Subtrahieren ganzer Zahlen	12		9-10 Potenzgesetze	35
	5 Multiplizieren und Dividieren natürlicher Zahlen	13		9-10 Wurzelterme	36
	5 Multiplizieren und Dividieren ganzer Zahlen	14		10 Logarithmen	37
	5 Rechnen mit Potenzen	15		1.4 Rechnen mit Größen	
	5 Terme und Rechenregeln – natürliche Zahlen	16		5 Rechnen mit Größen	38
	5 Terme und Rechenregeln – ganze Zahlen	17			
	5 Primzahlen und Primfaktor- zerlegung	18	2	Dreisatz, Prozent- und Zinsrechnung	
	5 Gemeinsame Teiler und Vielfache	19		2.1 Dreisatz	
				6-7 Dreisatz	41
	1.2 Rationale Zahlen			2.2 Prozentrechnung	
	5 Bruchteile	20		6-7 Prozentbegriff	44
	5-6 Kürzen und Erweitern von Brüchen	21		7-10 Prozentrechnung	45
	5-6 Addieren und Subtrahieren von Brüchen	22		2.3 Zinsrechnung	
	6 Multiplizieren und Dividieren von Brüchen	23		7-10 Zinsen	48
	6 Gemischte Zahlen und unechte Brüche	24		9-10 Zinsszins	50

3 Geometrie

3.1 Grundbegriffe

5	Geraden	52
5	Das Koordinatensystem	53
5	Symmetrie	54
6–7	Winkel	55
6–7	Winkel an Geraden	56
7	Konstruktionen mit Zirkel und Lineal	57

3.2 Abbildungen

6–7	Verschiebung, Drehung und Spiegelung	58
8–9	Strahlensätze	59
8–9	Ähnlichkeit	60
8–9	Zentrische Streckung	61

3.3 Dreiecke

6	Flächeninhalt	62
7	Sätze für Dreiecke – Satz des Thales	63
7	Punkte und Linien im Dreieck	64
7	Kongruente Dreiecke	65
9	Der Satz des Pythagoras	66
9	Kathetensatz und Höhensatz	67
9–10	Trigonometrie	68

3.4 Vierecke

5–6	Rechtecke	69
7–8	Allgemeine und spezielle Vierecke	70

3.5 Kreise

6–7	Kreis und Kreisumfang	72
7–8	Geraden und Winkel am Kreis	73
8	Vierecke am Kreis	74
8–9	Umfang und Flächeninhalt von Kreisen	75
9–10	Kreisbogen und Kreisausschnitt	76
9–10	Winkelsätze	77

3.6 Körper

5–6	Schrägbilder und Netze	78
5–6	Quader	79
7–9	Prisma	80
7–9	Zylinder	81
9–10	Pyramide und Kegel	82
9–10	Kugel	83

4 Gleichungen und Funktionen

4.1 Gleichungen

5–6	Gleichungen mit ganzen Zahlen	84
6–7	Sachaufgaben lösen	85
6–7	Gleichungen mit rationalen Zahlen	86
6–7	Äquivalenzumformungen	87
7–8	Lineare Gleichungen	88
7–8	Lineare Gleichungssysteme (LGS)	89
8–9	Quadratische Gleichungen I	91
8–9	Bruchgleichungen	92
9	LGS mit drei Variablen	93
9–10	Quadratische Gleichungen II	94
9–10	Quadratwurzelgleichungen	96
10	Exponential- und Logarithmengleichungen	97

4.2 Funktionen

6–7	Proportionale und indirekt proportionale Zuordnungen.....	98
7–8	Zuordnungen und ihre Graphen	99
7–8	Lineare Funktionen	101
8	Funktionen und ihre Graphen	103
8	Darstellen quadratischer Funktionen	105
8	Gebrochenrationale Funktionen	107
9–10	Quadratische Funktionen – Normalform und Scheitelpunktform	108
9–10	Wurzelfunktionen	110
9–10	Umkehrfunktionen	111
10	Potenzfunktionen	112

10	Wachstums- und Abklingvorgänge	113
10	Trigonometrische Funktionen	114
10	Funktionen im Überblick	116
5	Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik	
	5.1 Zufall und Wahrscheinlichkeit	
6-7	Häufigkeiten und Schaubilder ...	117
7-8	Zufallsexperimente	118

7-8	Wahrscheinlichkeit	119
7-8	Mehrstufige Zufallsexperimente	120
10	Bedingte Wahrscheinlichkeit	122
10	Erwartungswert	124
10	Bernoulli-Versuch	125
10	Bernoulli-Kette	126
	5.2 Statistik	
9	Kenngößen	127
9	Streuungsmaße	128
9	Grafische Darstellung	130

Cleverer Tipps zum Lösen von Matheaufgaben

1	Lösen von Sach- und Textaufgaben	131	5	Dreisatz, Prozent- und Zinsrechnung	139
2	Natürliche und ganze Zahlen	131	5.1	Dreisatz	139
2.1	Große Zahlen	131	5.2	Prozentrechnung	139
2.2	Schriftliches Rechnen mit natürlichen und ganzen Zahlen	132	5.3	Zinsrechnung	141
3	Rechnen mit Größen	134	6	Gleichungen	141
4	Rationale Zahlen	135	6.1	Umstellen von Gleichungen	141
4.1	Rechnen mit Brüchen	135	6.2	Lineare Gleichungssysteme	142
4.2	Rechnen mit Dezimalzahlen	137	6.3	Quadratische Gleichungen	144
			7	Wahrscheinlichkeitsrechnung	145

Lösungen

1	Zahlenmengen und Rechenregeln	147
2	Dreisatz, Prozent- und Zinsrechnung	153
3	Geometrie	155
4	Gleichungen und Funktionen	163
5	Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik	172

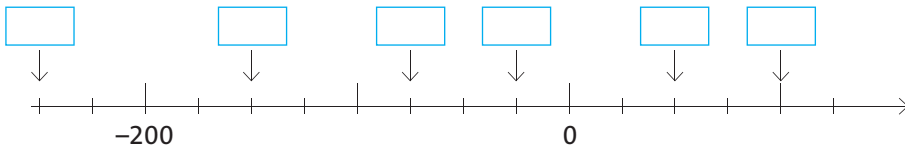
Zahlenmengen und Rechenregeln

1.1 Natürliche und ganze Zahlen

Anordnung der natürlichen und der ganzen Zahlen

Erweitert man die Menge der **natürlichen Zahlen** $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$ um die negativen Zahlen, erhält man die Menge der **ganzen Zahlen** $\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$. Die natürlichen und die ganzen Zahlen lassen sich der Größe nach ordnen. Der **Vorgänger** einer Zahl ist um 1 kleiner, der **Nachfolger** um 1 größer als die Zahl selbst. Der Abstand einer Zahl zur Null heißt **Betrag** der Zahl. Haben zwei verschiedene ganze Zahlen denselben Abstand zur Null, so heißt jede der beiden Zahlen **Gegenzahl** der anderen.

1 Trage die fehlenden Zahlen ein.



2 Wie heißt die Gegenzahl und wie groß ist der Betrag beider Zahlen? Wie heißt der Vorgänger?

Zahl	Gegenzahl	Betrag	Vorgänger
-5			
13			
-3,5			
12 345			
-1 003 942			

Große Zahlen

Um auch große Zahlen einfach benennen zu können, werden immer 1000 Einheiten zu einer nächsthöheren Einheit mit einem neuen Zahlwort zusammengefasst:

$$1000 = 1 \text{ Tausend}$$

$$1\,000\,000 = 1 \text{ Million}$$

$$1\,000\,000\,000 = 1 \text{ Milliarde}$$

$$1\,000\,000\,000\,000 = 1 \text{ Billion}$$

Zur besseren Übersichtlichkeit kann man große Zahlen durch Zwischenräume in Dreierpäckchen gliedern (↑ S. 131).

3 Lies die folgenden Zahlen und schreibe ihre Zahlwörter.

- a) 1 302 405 116
- b) 52 546 987
- c) 770 001 234 955

4 Schreibe mit Ziffern.

- a) achthundertsechsdreißig Milliarden neunhundertvierundachtzig Millionen fünftausendzweiundvierzig
- b) fünfzehn Milliarden neunhundertsechszehntausendelf
- c) vierhundertzweiundsiebzig Billionen eintausendzwoölf

5 Schreibe als Zahl und in Worten.

- a) Eine 7-stellige Zahl, in der keine Ziffer außer der 3 vorkommt.
- b) Eine 12-stellige Zahl, die vorne sechsmal die Ziffer 4 und am Ende sechsmal die Ziffer 9 enthält.
- c) Die kleinstmögliche 9-stellige Zahl, die alle geraden Ziffern enthält; dabei soll die Zahl weder die Null noch ungerade Ziffern enthalten.
- d) An der 11. Stelle steht eine 2, an der 12. eine 5, sonst besteht die Zahl nur aus Nullen.

Runden und Überschlagen

Ist die erste Ziffer nach der Rundungsstelle 5, 6, 7, 8 oder 9, wird **aufgerundet**, ist die erste Ziffer nach der Rundungsstelle 0, 1, 2, 3 oder 4, wird **abgerundet**.

Beispiel: 3456 auf die Zehnerstelle gerundet wird zu: 3460
3454 auf die Zehnerstelle gerundet wird zu: 3450

Beim **Überschlagen** einer Rechnung rechnet man im Kopf mit stark gerundeten Werten, um eine Größenvorstellung vom Ergebnis zu erhalten.

Beispiel: Statt $976\,534 \cdot 5256$ rechnet man: $1\,000\,000 \cdot 5000$

6 Runde auf die angegebene Stelle.

Runde auf	Hunderter	Tausender	Zehn-tausender	Hundert-tausender
345 788				
19 053 706				
1 283 729				

7 Überschlage das Ergebnis.

- $6780 \cdot 3122$
- $178\,641 : 10\,800$
- $7531 + 2067 - 5508$
- $33\,245 - 12\,987 + 25\,196$
- Henry hat 20€, um für die Geburtstagsparty einzukaufen. Er lädt Folgendes in seinen Einkaufswagen: sechs Tüten Chips für 2,79€, fünf Tüten Salzstangen zu 89 ct und zwei Tafeln Schokolade zu 1,09€. Reicht das Geld?



Zahlensysteme

Zahlen werden normalerweise im **Zehnersystem** geschrieben. Computer rechnen dagegen im **Zweiersystem**. Genau wie im Zehnersystem hängt auch im Zweiersystem der Wert einer Ziffer von der Stelle ab, an der sie steht. Im Zweiersystem erhält man die nächsthöhere Stufe durch Multiplikation mit 2.

Stellenwerte im Zehnersystem:

HT	ZT	T	H	Z	E
5	6	8	1	6	9

Stellenwerte im Zweiersystem:

32er	16er	8er	4er	2er	1er
1	0	0	1	1	0

- 8 Übertrage die angegebenen Zahlen aus dem Zweiersystem in das Zehnersystem. Nimm dazu die Stellenwerttafel des Zweiersystems.

Zahl im Zweiersystem	Stellenwerttafel des Zweiersystems							Umrechnung ins Zehnersystem
	64	32	16	8	4	2	1	
$(101)_2$								
$(11101)_2$								
$(1101010)_2$								

- 9 Bestimme die benachbarten Zahlen im Zweiersystem.

Vorgänger				
Zahl	$(1011)_2$	$(110100)_2$	$(1000111)_2$	$(100111)_2$
Nachfolger				

- 10 Übertrage vom Zehnersystem ins Zweiersystem.

a) $(12)_{10}$

b) $(45)_{10}$

c) $(79)_{10}$

d) $(112)_{10}$

Addieren und Subtrahieren natürlicher Zahlen

Beim **Addieren** dürfen die Summanden vertauscht werden (**Kommutativgesetz**).

Beispiel: $3 + 4 = 4 + 3$

Die Reihenfolge der Rechenschritte darf beim Addieren geändert werden (**Assoziativgesetz**).

Beispiel: $(3 + 4) + 2 = 3 + (4 + 2)$

Beim **Subtrahieren** dürfen **weder** Minuend und Subtrahend **noch** die Rechenschritte einfach vertauscht werden.

Beispiel: $7 - 3 \neq 3 - 7$

$(7 - 4) - 3 = 3 - 3 = 0$, aber $7 - (4 - 3) = 7 - 1 = 6$

11 Übertrage die Aufgaben so in dein Heft, dass die entsprechenden Stellen untereinanderstehen. Berechne schriftlich (↑ S. 132).

- a) $307 + 412$
- b) $112 + 22$
- c) $217 - 22$
- d) $935 - 475 - 82 - 6$
- e) $756 + 47 + 93 + 434$
- f) $3121 - 1349$
- g) $86\,444 - 37\,710 - 101 - 4\,678$
- h) $27\,902 - 4\,090 - 13\,243$
- i) $411 + 711$
- j) $6271 - 5389$
- k) $4562 + 14\,901 + 5390 + 291 + 9087$
- l) $56\,888 + 1\,017\,755 + 3546 + 84\,011$



12 Übertrage den Text der Aufgabe zunächst in einen Rechenausdruck. Überschlage zuerst das Ergebnis und berechne es anschließend.

- a) Subtrahiere von 600 000 die Summe der Zahlen 72 009 und 311 777.
- b) Vergrößere die Differenz aus 8954 und 6294 um 3459.
- c) Subtrahiere die Differenz der Zahlen 7654 und 449 von deren Summe.

Addieren und Subtrahieren ganzer Zahlen

Vorzeichen und Rechenzeichen dürfen zusammengefasst werden:

- Gleiches Vorzeichen und Rechenzeichen ergibt „+“.

$$\text{Beispiel: } 3 + (+7) = 3 + 7$$

$$3 - (-7) = 3 + 7$$

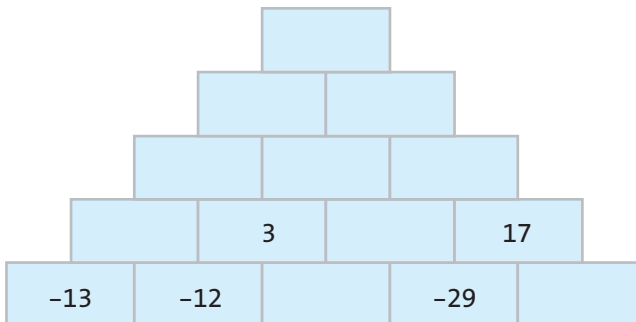
- Unterschiedliches Vorzeichen und Rechenzeichen ergibt „-“.

$$\text{Beispiel: } 3 + (-7) = 3 - 7$$

$$3 - (+7) = 3 - 7$$

Zum schriftlichen Addieren und Subtrahieren findest du Beispiele auf S. 132.

- 13** Jede Zahl der Zahlenmauer ist die Summe der beiden unter ihr stehenden Zahlen. Ergänze die fehlenden Zahlen.



- 14** Berechne jeweils schrittweise.

a) $(-12) + (-32) - (+45)$

b) $(+38) - (-20) + (+59)$

c) $(-27) + (+199) - (-87)$

d) $(+176) - (+459) - (-66)$

e) $(+100) + (+561) - (-333)$

f) $(-2344) - (-987) - (-3001)$

- 15** Das Konto von Frau Siegel weist ein Guthaben von 932 € auf.

Frau Siegel hebt 150 € für Einkäufe ab, überweist eine Arztrechnung in Höhe von 397 € und erhält eine Nebenkostenrückzahlung in Höhe von 58 €. Welchen Kontostand hat sie anschließend?

Multiplizieren und Dividieren natürlicher Zahlen

Beim **Multiplizieren** dürfen die Faktoren vertauscht werden (**Kommutativgesetz**).

Beispiel: $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$

Die Reihenfolge der Rechenschritte darf beim Multiplizieren geändert werden (**Assoziativgesetz**).

Beispiel: $(3 \cdot 4) \cdot 2 = 3 \cdot (4 \cdot 2)$

Beim **Dividieren** dürfen **weder** Dividend und Divisor **noch** die Rechenschritte einfach vertauscht werden.

Beispiel: $9 : 3 \neq 3 : 9$
 $(18 : 6) : 3 = 3 : 3 = 1$, aber $18 : (6 : 3) = 18 : 2 = 9$

16 Multipliziere schriftlich (↑ S. 132). Beachte alle Tipps und Rechenregeln.

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| a) $60 \cdot 70000$ | b) $7153 \cdot 6$ |
| c) $7003 \cdot 8623$ | d) $3 \cdot 2487 \cdot 100$ |
| e) $1000 \cdot 5661 \cdot 4$ | f) $18 \cdot 9603$ |

17 Dividiere schriftlich (↑ S. 133). Achte sorgsam auf die richtige Behandlung der Nullen. Ab Aufgabe e) entstehen Reste.

- | | |
|-------------------|------------------|
| a) $509040 : 101$ | b) $81162 : 27$ |
| c) $45000 : 25$ | d) $140280 : 14$ |
| e) $3920 : 19$ | f) $9877 : 20$ |
| g) $10545 : 23$ | h) $26799 : 36$ |

- 18 Eine Verpackungsmaschine verpackt jeweils 6 Eier in einen Eierkarton. Täglich schafft diese Maschine 4500 solcher Kartons. Wie viele Eier werden in einem Monat mit 30 Tagen verpackt?

