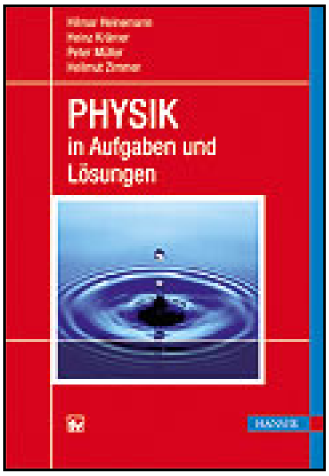
HANSER



Leseprobe

Hilmar Heinemann, Heinz Krämer, Peter Müller, Hellmut Zimmer

PHYSIK in Aufgaben und Lösungen

ISBN (Buch): 978-3-446-43235-2

Weitere Informationen oder Bestellungen unter

http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-43235-2

sowie im Buchhandel.

T 2 Wärmeausbreitung

T 2.1 Verbundfenster

Ein Verbundfenster der Fläche A besteht aus zwei Glasscheiben der Dicke d_1, zwischen denen sich eine Luftschicht befindet. Das Glas hat die Wärmeleitfähigkeit λ_1, die Luftschicht den Wärmedurchgangskoeffizienten k_2.(Die Konvektion ist damit berücksichtigt.) Die Wärmeübergangskoeffizienten sind innen α_i (Zimmerluft ruhend) und außen α_a (Außenluft leicht bewegt). Die Innentemperatur ist ϑ_i, die Außentemperatur ϑ_a.

a) Berechnen Sie die Heizleistung P, die erforderlich ist, um den Energieverlust, den der Wärmestrom durch das Fenster verursacht, zu ersetzen!

b) Welchen Wert P' nimmt die erforderliche Heizleistung an, wenn das Fenster nur eine Scheibe der Dicke d_3 hat?

$A = 2{,}0\ \text{m}^2 \qquad \lambda_1 = 0{,}85\ \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K}) \qquad k_2 = 5{,}9\ \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

$\alpha_i = 12{,}5\ \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \qquad \alpha_a = 25\ \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \qquad d_1 = 3{,}5\ \text{mm} \qquad d_3 = 5{,}4\ \text{mm}$

$\vartheta_i = 22\,°\text{C} \qquad \vartheta_a = -10\,°\text{C}$

---

a) $P = \dot{Q} = kA\left(\vartheta_i - \vartheta_a\right)$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} + 2\frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{\alpha_a}$$

$$\underline{P = \frac{A\left(\vartheta_i - \vartheta_a\right)}{\frac{1}{\alpha_i} + 2\frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{\alpha_a}}} = \underline{\underline{0{,}21\ \text{kW}}}$$

b) $P' = \dot{Q}' = k'A\left(\vartheta_i - \vartheta_a\right)$

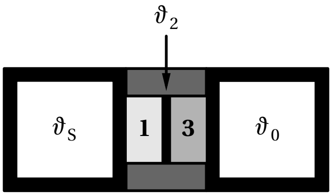
$$\frac{1}{k'} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{d_3}{\lambda_1} + \frac{1}{\alpha_a}$$

$$\underline{P' = \frac{A\left(\vartheta_i - \vartheta_a\right)}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{d_3}{\lambda_1} + \frac{1}{\alpha_a}}} = \underline{\underline{0{,}51\ \text{kW}}}$$

T 2.2 Keramikplatte

Zur Messung der Wärmeleitfähigkeit λ_1 einer Keramikplatte wird folgende Anordnung benutzt:

Zwischen zwei kupfernen Behältern, von denen der eine mit siedendem Wasser (ϑ_S), der andere mit Wasser und Eisstückchen (ϑ_0) gefüllt ist, befindet sich ein seitlich durch Glaswolle von der Umgebung isolierter Wärmeleiter, der aus drei Schichten gleicher Querschnittsfläche A aufgebaut ist. Diese Schichten sind die zu untersuchende Keramikplatte (Dicke d_1), ein Kupferblech, dessen Temperatur ϑ_2 mit einem Messfühler bestimmt werden kann, sowie eine Porzellanplatte (Dicke d_3) von bekannter Wärmeleitfähigkeit λ_3. Der Wärmeübergangskoeffizient α ist an allen Berührungsstellen der Festkörper untereinander gleich groß.



a) Bestimmen Sie λ_1 unter Vernachlässigung der Temperaturdifferenzen, die im Kupfer und an den Übergangsstellen Wasser – Kupfer auftreten!
b) Das Kupferblech zwischen Keramikplatte und Porzellanplatte hat die Dicke d_2 und die Wärmeleitfähigkeit λ_2. Wie groß ist die Messunsicherheit von ϑ_2, die durch die in a) vernachlässigte Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ im Kupferblech verursacht wird?

$d_1 = 20$ mm $\quad d_2 = 2{,}0$ mm $\quad d_3 = 12$ mm

$\lambda_2 = 384$ W/(m · K) $\quad \lambda_3 = 1{,}44$ W/(m · K) $\quad \alpha = 5{,}5$ kW/(m^2 · K)

$\vartheta_S = 100\,°$C $\quad \vartheta_0 = 0\,°$C $\quad \vartheta_2 = 24{,}3\,°$C

---

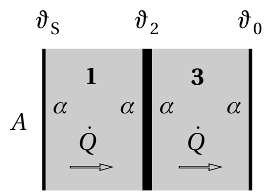
a) $\dot{Q} = k_1 A\,(\vartheta_S - \vartheta_2) = k_3 A\,(\vartheta_2 - \vartheta_0)$

$$\frac{1}{k_1} = \frac{2}{\alpha} + \frac{d_1}{\lambda_1}$$

$$\frac{1}{k_3} = \frac{2}{\alpha} + \frac{d_3}{\lambda_3}$$

$$\left(\frac{2}{\alpha} + \frac{d_3}{\lambda_3}\right)(\vartheta_S - \vartheta_2) = \left(\frac{2}{\alpha} + \frac{d_1}{\lambda_1}\right)(\vartheta_2 - \vartheta_0)$$

$$\lambda_1 = \frac{d_1}{\left(\frac{2}{\alpha} + \frac{d_3}{\lambda_3}\right)\frac{\vartheta_S - \vartheta_2}{\vartheta_2 - \vartheta_0} - \frac{2}{\alpha}} = \underline{\underline{0{,}75\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}}}$$



b) $\dot{Q} = \frac{\lambda_2}{d_2} A\,\Delta\vartheta = k_3 A\,(\vartheta_2 - \vartheta_0)$

$$\Delta\vartheta = \frac{\frac{d_2}{\lambda_2}(\vartheta_2 - \vartheta_0)}{\frac{2}{\alpha} + \frac{d_3}{\lambda_3}} = \underline{\underline{0{,}015\ \text{K}}}$$

T 2.3 Eisblumen

Eine Schaufensterscheibe hat die Dicke d. Die Wärmeleitfähigkeit des Glases ist λ, die Wärmeübergangskoeffizienten sind innen α_i (Luft ruhend) und außen α_a (Luft leicht bewegt). Im Innenraum wird die Temperatur ϑ_i konstant gehalten. Unterhalb welcher Außentemperatur ϑ_a können sich an der Innenseite der Scheibe Eisblumen bilden?

$d = 13$ mm $\quad \vartheta_i = 14\,°$C $\quad \lambda = 0{,}85$ W/(m · K)

$\alpha_i = 12{,}5$ W/(m^2 · K) $\quad \alpha_a = 25$ W/(m^2 · K)

Die Scheibeninnenfläche darf höchstens die Temperatur $\vartheta_0 = 0\,^\circ\mathrm{C}$ haben.

$$\dot{Q} = k_1 A\left(\vartheta_0 - \vartheta_a\right) = \alpha_i A\left(\vartheta_i - \vartheta_0\right)$$

$$\frac{1}{k_1} = \frac{1}{\alpha_a} + \frac{d}{\lambda}$$

$$\vartheta_0 - \vartheta_a = \alpha_i\left(\frac{1}{\alpha_a} + \frac{d}{\lambda}\right)\left(\vartheta_i - \vartheta_0\right)$$

$$\vartheta_a = \vartheta_0 - \alpha_i\left(\frac{1}{\alpha_a} + \frac{d}{\lambda}\right)\left(\vartheta_i - \vartheta_0\right) = \underline{\underline{-9{,}7\,^\circ\mathrm{C}}}$$

T 2.4 Etagenheizung

Die Flammengase am Kessel einer Etagenheizung haben die Temperatur ϑ_1. Die Wärme gelangt durch die Kesseloberfläche A in das Wasser (spezifische Wärmekapazität c_W). Die Dicke der Kesselwand ist d, die Rücklauftemperatur des Wassers ϑ_2. Das Wasser wird mit der Stromstärke I durch den Kessel befördert.

Wie groß ist die Vorlauftemperatur ϑ_3, mit der das Wasser den Kessel verlässt?

Stahl: $\lambda = 58\ \mathrm{W/(m \cdot K)}$
Flammengase/Stahl: $\alpha_1 = 19\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$
Stahl/Wasser: $\alpha_2 = 4{,}7\ \mathrm{kW/(m^2 \cdot K)}$

$\vartheta_1 = 300\,^\circ\mathrm{C}$ $\quad \vartheta_2 = 60\,^\circ\mathrm{C}$ $\quad I = 6{,}4\ \mathrm{l/min}$

$d = 3{,}0\ \mathrm{mm}$ $\quad A = 1{,}0\ \mathrm{m^2}$ $\quad c_W = 4{,}19\ \mathrm{kJ/(kg \cdot K)}$ $\quad \varrho_W = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$

$$\dot{Q} = kA\left(\vartheta_1 - \frac{\vartheta_2 + \vartheta_3}{2}\right) = \dot{m}c_W\left(\vartheta_3 - \vartheta_2\right)$$

$$kA\left(\vartheta_1 - \frac{\vartheta_2}{2}\right) + \dot{m}c_W\vartheta_2 = \left(\frac{kA}{2} + \dot{m}c_W\right)\vartheta_3$$

$$\vartheta_3 = \frac{kA\left(\vartheta_1 - \frac{\vartheta_2}{2}\right) + \dot{m}c_W\vartheta_2}{\frac{kA}{2} + \dot{m}c_W}$$

$$\dot{m} = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \frac{\varrho_W\,\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \varrho_W I$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \qquad k = 18{,}9\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$$

$$\vartheta_3 = \frac{kA\left(\vartheta_1 - \frac{\vartheta_2}{2}\right) \varrho_W c_W I\vartheta_2}{\frac{kA}{2} + \varrho_W c_W I} = \underline{\underline{70\,^\circ\mathrm{C}}}$$

T 2.5 Ziegelmauerwerk

Ziegelmauerwerk hat die Wärmeleitfähigkeit λ_1, die spezifische Wärmekapazität c_1 und die Dichte ϱ_1.

a) Berechnen Sie den Wärmestrom $\dot{Q}_1$ durch die Ziegelmauer der Dicke d_1 bei der Innentemperatur ϑ_i und der Außentemperatur ϑ_{a1} für $A = 1{,}00\ \mathrm{m^2}$ Wandfläche! (Der Wärmeübergang soll außer Betracht bleiben.)

b) Über Nacht tritt ein Temperatursturz von ϑ_{a1} auf ϑ_{a2} auf.
Welche Wärme Q_W gibt das Wandstück aufgrund seiner Wärmekapazität bis zur Einstellung des neuen stationären Temperaturverlaufs ab, wenn die Innentemperatur konstant gehalten wird? Für welche Zeit t_1 könnte mit dieser Wärme die Erhöhung des Wärmestroms gedeckt werden?

c) Welche Zeiten t_2 und t_3 ergeben sich für eine Wand aus Gassilikatbeton (ϱ_2, λ_2, c_2) und eine mit Schaumpolystyrol (ϱ_3, λ_3, c_3) isolierte Wand von jeweils gleichem Wärmedurchgangskoeffizienten?

Materialwerte:

Ziegelmauer:	$\varrho_1 = 1800\ \text{kg/m}^3$	$\lambda_1 = 0{,}81\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}$ $c_1 = 0{,}26\ \text{Wh/(kg}\cdot\text{K)}$
Gasbetonmauer:	$\varrho_2 = 500\ \text{kg/m}^3$	$\lambda_2 = 0{,}22\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}$ $c_2 = 0{,}29\ \text{Wh/(kg}\cdot\text{K)}$
Polystyrolschaumstoff:	$\varrho_3 = 15\ \text{kg/m}^3$	$\lambda_3 = 0{,}025\ \text{W/(m}\cdot\text{K)}$ $c_3 = 0{,}41\ \text{Wh/(kg}\cdot\text{K)}$

$d_1 = 36\ \text{cm}$ $\quad \vartheta_i = 20\,°\text{C}$ $\quad \vartheta_{a1} = +5\,°\text{C}$ $\quad \vartheta_{a2} = -10\,°\text{C}$

---

a) $$\underline{\dot{Q} = \frac{\lambda_1}{d_1} A\left(\vartheta_i - \vartheta_{a1}\right)} = \underline{\underline{34\ \text{W}}}$$

b) $$Q_W = m_1 c_1 \left(\overline{\vartheta}_1 - \overline{\vartheta}_2\right) \qquad \text{mit} \quad \overline{\vartheta}_1 = \frac{\vartheta_{a1} + \vartheta_i}{2} \quad \text{und} \quad \overline{\vartheta}_2 = \frac{\vartheta_{a2} + \vartheta_i}{2}$$

$$Q_W = m_1 c_1 \frac{\vartheta_{a1} - \vartheta_{a2}}{2}$$

$$m_1 = \varrho_1 d_1 A$$

$$\underline{Q_W = \frac{\varrho_1 d_1 A c_1}{2}\left(\vartheta_{a1} - \vartheta_{a2}\right)} = \underline{\underline{1{,}26\ \text{kW}\cdot\text{h}}}$$

$$Q_W = \Delta\dot{Q}\, t_1$$

$$\Delta\dot{Q} = \dot{Q}_2 - \dot{Q}_1 = \frac{\lambda_1}{d_1} A\left[\left(\vartheta_i - \vartheta_{a2}\right) - \left(\vartheta_i - \vartheta_{a1}\right)\right]$$

$$\Delta\dot{Q} = \frac{\lambda_1}{d_1} A\left(\vartheta_{a1} - \vartheta_{a2}\right)$$

$$\underline{t_1 = \frac{Q_W}{\Delta\dot{Q}} = \frac{\varrho_1 d_1^2 c_1}{2\lambda_1}} = \underline{\underline{37\ \text{h}}}$$

c) $$t_2 = \frac{\varrho_2 d_2^2 c_2}{2\lambda_2}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\varrho_2 c_2 \lambda_1}{\varrho_1 c_1 \lambda_2}\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$$

$$t_2 = \frac{\varrho_2 c_2 \lambda_1}{\varrho_1 c_1 \lambda_2}\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 t_1$$

$$k = \text{const} = \frac{\lambda_1}{d_1} = \frac{\lambda_2}{d_2} = \frac{\lambda_3}{d_3}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d_2}{d_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$\underline{t_2 = \frac{\varrho_2 c_2 \lambda_2}{\varrho_1 c_1 \lambda_1} t_1} = \underline{\underline{3{,}2\ \mathrm{h}}}$$

Entsprechend gilt:

$$\underline{t_3 = \frac{\varrho_3 c_3 \lambda_3}{\varrho_1 c_1 \lambda_1} t_1} = \underline{\underline{55\ \mathrm{s}}}$$

T 2.6 Wasserspeicher I

Ein Wasserspeicher hat die Oberfläche A. Seine Wand besteht aus Eisenblech der Dicke l_1, Glaswolle der Dicke l_2 und Eisenblech der Dicke l_3. Die Wand wird als eben angesehen. Der Speicher enthält Wasser der Temperatur ϑ_i. Die Außentemperatur sei ϑ_a.

a) Man skizziere den Temperaturverlauf $\vartheta(l)$ von innen nach außen!

b) Wie groß ist der Wärmedurchgangskoeffizient k?

c) Welche Wärme Q_1 muss der Heizkörper im Speicher in der Zeit t_1 an das Wasser abgeben, damit die Temperatur konstant bleibt? Welcher Heizleistung P entspricht das?

d) Welche Temperatur ϑ_W wird man an der Außenwand des Speichers messen?

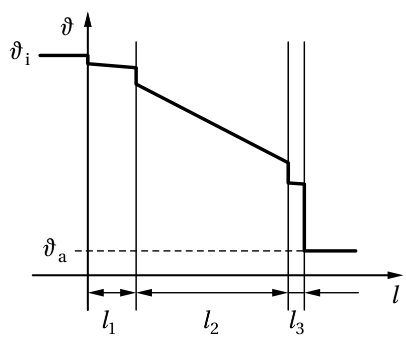
$A = 1{,}2\ \mathrm{m}^2 \qquad l_1 = 3{,}0\ \mathrm{mm} \qquad l_2 = 50\ \mathrm{mm} \qquad l_3 = 1{,}0\ \mathrm{mm}$

$\vartheta_i = 95\,^\circ\mathrm{C} \qquad \vartheta_a = 15\,^\circ\mathrm{C} \qquad t_1 = 1\ \mathrm{h}$

Wärmeleitfähigkeit für Eisen:	$\lambda_1 = 58\ \mathrm{W/(m \cdot K)}$
Wärmeleitfähigkeit für Glaswolle:	$\lambda_2 = 0{,}048\ \mathrm{W/(m \cdot K)}$
Wärmeübergangskoeffizient Wasser/Eisen:	$\alpha_i = 6\ \mathrm{kW/(m^2 \cdot K)}$
Wärmeübergangskoeffizient Glaswolle/Eisen:	$\alpha_m = 150\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$
Wärmeübergangskoeffizient Eisen/Luft:	$\alpha_a = 30\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$

---

a)



b) $$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{2}{\alpha_m} + \frac{1}{\alpha_a} + \frac{l_1 + l_3}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2}$$

$$\underline{\frac{1}{k} \approx \frac{2}{\alpha_m} + \frac{1}{\alpha_a} + \frac{l_2}{\lambda_2}}$$

$$\underline{\underline{k = 0{,}92\ \mathrm{W/(m^2 \cdot K)}}}$$

c) $$\dot{Q} = kA\left(\vartheta_i - \vartheta_a\right)$$

$$\underline{Q_1 = kA\left(\vartheta_i - \vartheta_a\right) t_1} = \underline{\underline{318\ \mathrm{kJ}}}$$

$$\underline{P = \dot{Q} = kA\left(\vartheta_i - \vartheta_a\right)} = \underline{\underline{88\ \mathrm{W}}}$$

d) $\dot{Q} = \alpha_a A \left(\vartheta_W - \vartheta_a\right) = kA \left(\vartheta_i - \vartheta_a\right)$

$$\vartheta_W - \vartheta_a = \frac{k}{\alpha_a} \left(\vartheta_i - \vartheta_a\right)$$

$$\underline{\vartheta_W = \vartheta_a + \frac{k}{\alpha_a} \left(\vartheta_i - \vartheta_a\right)} = \underline{\underline{17\,°C}}$$

T 2.7 Wasserspeicher II

Der in Aufgabe T 2.6 beschriebene Wasserspeicher fasst Wasser der Masse m.

a) Berechnen Sie, nach welcher Funktion die Wassertemperatur ϑ mit der Zeit t abnimmt, wenn die Heizung abgeschaltet wird! Die Anfangstemperatur des Wassers sei ϑ_i; die Außentemperatur ϑ_a sei konstant.

b) Die Genauigkeit der Messung der Wassertemperatur sei so, dass Unterschiede der Größe ΔT nicht mehr festgestellt werden können. Nach welcher Zeit t_1 wird man daher sagen können, dass die Wassertemperatur von ihrem Anfangswert ϑ_i auf die Außentemperatur ϑ_a abgesunken ist?

$m = 100$ kg $\quad \vartheta_i = 95\,°C \quad \vartheta_a = 15\,°C \quad \Delta T = 0{,}5$ K

$c_W = 4{,}19$ kJ/(kg · K)

---

a) Betrachtung nur während der Zeit dt:

Wärmedurchgang durch die Behälterwand bei der Wassertemperatur ϑ:

$$\mathrm{d}Q = kA \left(\vartheta - \vartheta_a\right) \,\mathrm{d}t$$

Deshalb Wärmeabgabe des Wassers:

$$\mathrm{d}Q = -mc_W \,\mathrm{d}\vartheta$$

$$\Rightarrow \quad kA \left(\vartheta - \vartheta_a\right) \,\mathrm{d}t = -mc_W \,\mathrm{d}\vartheta$$

$$\mathrm{d}t = -\frac{mc_W \,\mathrm{d}\vartheta}{kA \left(\vartheta - \vartheta_a\right)}$$

$$\int_0^t \mathrm{d}t = -\frac{mc_W}{kA} \int_{\vartheta_i}^{\vartheta} \frac{\mathrm{d}\vartheta}{\vartheta - \vartheta_a}$$

$$t = -\frac{mc_W}{kA} \left[\ln \left(\vartheta - \vartheta_a\right)\right]_{\vartheta_i}^{\vartheta}$$

$$t = -\frac{mc_W}{kA} \ln \frac{\vartheta - \vartheta_a}{\vartheta_i - \vartheta_a}$$

$$\frac{\vartheta - \vartheta_a}{\vartheta_i - \vartheta_a} = \mathrm{e}^{-\frac{kA}{mc_W} t}$$

$$\underline{\vartheta = \vartheta_a + \left(\vartheta_i - \vartheta_a\right) \mathrm{e}^{-\frac{kA}{mc_W} t}}$$

b) $t_1 = -\dfrac{mc_W}{kA} \ln \dfrac{\vartheta_1 - \vartheta_a}{\vartheta_i - \vartheta_a}$

$$\vartheta_1 - \vartheta_a = \Delta T$$

$$\underline{t_1 = \frac{mc_W}{kA} \ln \frac{\vartheta_i - \vartheta_a}{\Delta T}} = \underline{\underline{22 \text{ d}}}$$