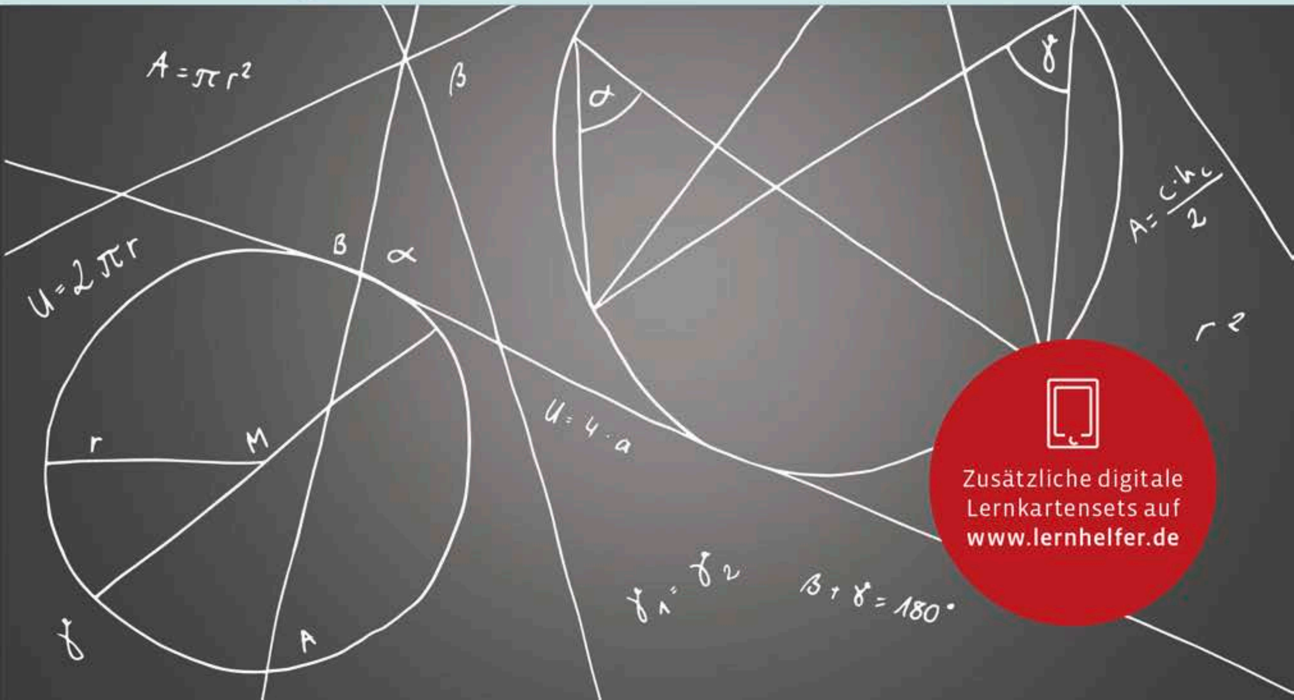
8. Klasse • Mathematik

DUDEN

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

8. Klasse
Mathematik

Dein Weg zu besseren Noten!



Zusätzliche digitale
Lernkartensets auf
www.lernhelfer.de

Schlaue Schnipsel

Tetraphobie

ist die Angst vor der Zahl Vier. So wie bei uns viele der Zahl 13 misstrauen, gibt es in Ostasien eine Angst vor der 4 – und nicht nur vor der 4 selbst, sondern auch vor Zahlen, die eine 4 enthalten.

Daher werden in Gebäuden die 4. Stockwerke nicht mitgezählt und in Wolkenkratzern kann es vorkommen, dass sämtliche Stockwerke zwischen 39 und 50 ausgelassen werden.

In Regionen, in denen der Einfluss westlicher Kultur dazukommt, folgt auf Stockwerk Nr. 12 mitunter gleich Nr. 15, weil neben der 14 auch noch die 13 ausgelassen wurde.

Das akademische Viertel

Steht auf dem Stundenplan an der Uni „8:00 c.t." (cum tempore) bedeutet das, dass die Vorlesung erst Viertel nach Acht beginnt. Diese Viertelstunde ist das akademische Viertel.

Kommt jemand zu spät, spricht man manchmal scherzhaft davon, dass er das akademische Viertel ausnutzt.

Nur bei der Zahl 0

sind die Summe aus zweimal der Zahl und das Produkt aus zweimal der Zahl gleich der Zahl selbst:

$0 + 0 = 0 \cdot 0 = 0$

Starke Frisur

Würde man die 100 000 Haare auf deinem Kopf zu einem Seil flechten, könnte dieses eine Last von 12 Tonnen tragen.

En Gros und im Dutzend

Schon gewusst? Alte Zählmaße basieren auf 12:
1 Dutzend = 12 Stück,
1 Schock = 5 Dutzend,
1 Gros = 12 Dutzend.

Warum haben am 29. Februar Geborene nur alle 4 Jahre Geburtstag?

Um einmal um die Sonne zu laufen, braucht die Erde nicht genau 365 Tage, sondern etwa 6 h länger. Weil ein Jahr also nicht genau 365 Tage hat, muss zum Ausgleich gelegentlich ein Schalttag eingeschoben werden – der 29. Februar. Aber wann genau gibt es einen 29. Februar?

1. Ein „normales" Jahr hat 365 Tage.
2. Ist die Jahreszahl durch 4 teilbar, ist das Jahr ein Schaltjahr mit 366 Tagen (wie 2016).
3. *Ausnahme:* Ist die Jahreszahl ein volles Jahrhundert, bleibt es bei 365 Tagen – obwohl volle Jahrhunderte durch 4 teilbar sind (wie 2100).
4. *Ausnahme von der Ausnahme:* Ist die Jahreszahl dagegen durch 400 teilbar, ist das Jahr ein Schaltjahr (wie 2000).

So lernst du mit diesem Buch:

WISSEN

Hier wiederholst du Schritt für Schritt, was du zu jedem Lernthema wissen musst, um richtig vorbereitet zu sein.

In der linken Spalte: Regeln und Arbeitsanleitungen
In der rechten Spalte: Beispiele und Veranschaulichungen

ÜBEN

Hier wendest du das Gelernte auf typische Übungsaufgaben an.

Damit du deinen Lernfortschritt selbst überwachen kannst, gibt es verschiedene Schwierigkeitsstufen:

Übungen zum Wiederholen des Lernstoffs

Übungen zu Standardaufgaben und für die nötige Sicherheit vor der Klassenarbeit

Übungen zu besonderen und anspruchsvolleren Problemen

WISSEN+

Diese Kästen geben dir zusätzliche Informationen, Tipps und Arbeitshinweise für das Bearbeiten der Übungen.

TESTEN

Hier testest du dein Wissen mit vermischten und übergreifenden Aufgaben eines Kapitels.

KLASSENARBEIT 1

Alle Lernthemen eines Kapitels werden wie in einer echten Klassenarbeit abgefragt.

60 Minuten

Die Minutenangabe sagt dir, wie viel Zeit du für die Bearbeitung einer Klassenarbeit hast.

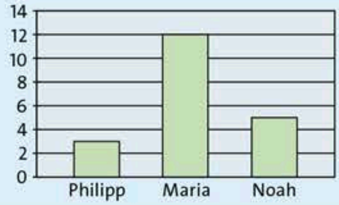
Topthema im Schnellcheck:
Hier findest du wichtige Lernthemen zum schnellen Nachschlagen und Wiederholen.

Mit Diagrammen veranschaulichen

Säulen- und Balkendiagramm

- Mit Säulen- und Balkendiagrammen können Zahlenwerte leicht verglichen werden.
- Die Daten werden beim Säulendiagramm vertikal (von unten nach oben, siehe rechts), beim Balkendiagramm horizontal (von links nach rechts) dargestellt. Je länger die Säule oder der Balken, umso größer ist der Wert.

Beispiel: Stimmenzahl bei der Klassensprecherwahl



Kreisdiagramm

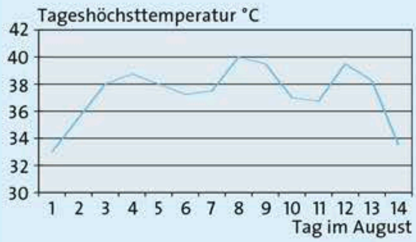
- Kreisdiagramme zeigen das Verhältnis von Einzeldaten zu einem Ganzen.
- Sind die Daten Teil eines Ganzen, so kann man sie in Form von Kreissegmenten („Tortenstücken") darstellen. Je größer das Kreissegment, umso größer ist der Anteil am Ganzen.

Beispiel: Stimmenanteile bei der Klassensprecherwahl

Liniendiagramm

- Liniendiagramme veranschaulichen die Abhängigkeit von Zahlengrößen und können Trends anzeigen.
- Für ein Liniendiagramm werden Datenpunkte in ein Koordinatensystem eingetragen und durch Linien verbunden. Zur Darstellung eignen sich daher solche Werte, die (nahezu) kontinuierlich erhoben wurden.

Beispiel: Temperaturverlauf im August



Welches Diagramm?

- Die Auswahl eines geeigneten Diagrammtyps hängt vom Thema und vom Zweck der Darstellung ab. Für viele Sachverhalte ist ein Diagramm übersichtlicher als ein Text oder eine Zahlentabelle.
- Oft ist es sinnvoll, Daten mit verschiedenen Diagrammtypen zu veranschaulichen, da jede Darstellung eine andere Sicht bietet.

Sollen Zahlen für verschiedene Personen, Institutionen oder Zeiträume verglichen werden? → Säulen- oder Balkendiagramm

Sollen Anteile an einem Ganzen veranschaulicht werden? → Kreisdiagramm

Soll die Abhängigkeit zweier Werte voneinander dargestellt werden? → Liniendiagramm

Duden

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

8. Klasse

Mathematik

4., aktualisierte Auflage

Dudenverlag
Berlin

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.dnb.de abrufbar.

 D C B A
Bibliographisches Institut GmbH
Mecklenburgische Straße 53, 14197 Berlin

Redaktionelle Leitung Constanze Schöder
Redaktion Dr. Wiebke Salzmann
Autoren Karin Hantschel, Michaela Neumann-Krapp, Timo Witschaß, Dr. Wiebke Salzmann (Klappe)

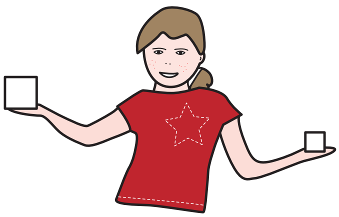
Herstellung Uwe Pahnke
Layout Bachmann Design, Weinheim
Illustration Carmen Strzelecki
Umschlaggestaltung Büroecco, Augsburg; Bachmann Design, Weinheim
Umschlagabbildung Selina Bauer, Berlin

Satz LemmeDESIGN, Berlin
Grafik pro.grafik, Ostfildern
Druck und Bindung AZ Druck und Datentechnik GmbH
Heisinger Straße 16, 87437 Kempten
Printed in Germany

ISBN 978-3-411-72444-4
Auch als E-Book erhältlich unter: ISBN 978-3-411-91230-8

www.duden.de

Inhaltsverzeichnis



INHALT

5 Gebrochenrationale Funktionen

6 Kreise, Dreiecke und Vierecke

7 Strahlensätze und Ähnlichkeit

8 Prismen und Zylinder

9 Zufallsversuche und Wahrscheinlichkeiten

1 Rechnen mit Termen

1.1 Ausmultiplizieren und Ausklammern

Ein **Term** besteht aus sinnvoll zusammengesetzten Zahlen, Variablen und Rechenzeichen.

Variablen stehen in Termen meist als Platzhalter für Zahlen.

Beispiele für Terme:

7	a	$\frac{1}{2}y - 3{,}5$	$5 \cdot a + 3$

Dies sind keine Terme:

$12 + ($	$3x = 3x$	$\frac{1}{2}a :$	$-x \cdot$

Als Variablen werden Buchstaben wie x, y, z verwendet.

Ausmultiplizieren

Man multipliziert eine Summe (Differenz) mit einem Faktor, indem man jedes Glied der Summe (Differenz) mit dem Faktor multipliziert und die Ergebnisse der Multiplikationen addiert (subtrahiert).

$$3(2a + 5x) = 3 \cdot 2a + 3 \cdot 5x = 6a + 15x$$

$$(4m - 3n)\,2a = 4m \cdot 2a - 3n \cdot 2a = 8am - 6an$$

Ausklammern

Ist eine Zahl oder eine Variable in jedem Glied einer Summe (Differenz) als Faktor enthalten, so kannst du sie **ausklammern.** Das **Ausklammern (Faktorisieren)** ist die Umkehrung des Ausmultiplizierens. Durch das Ausklammern gemeinsamer Faktoren wird eine Summe (Differenz) in ein Produkt verwandelt.

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

$$a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$$

$$3 \cdot 7 + 3 \cdot 3 = 3 \cdot (7 + 3)$$

$$2 \cdot 6 - 2 \cdot 4 = 2 \cdot (6 - 4)$$

Gehe folgendermaßen vor:
1. Finde einen gemeinsamen Teiler.
2. Zerlege die Produkte der Variablen in Faktoren und bestimme die gemeinsamen Faktoren.
3. Schreibe alle gemeinsamen Faktoren vor die Klammer.
Beachte, dass sich auch der Term in der Klammer entsprechend verändert!

gemeinsamer Teiler von 18 und 21

$$18b^2 - 21ab = \mathbf{3} \cdot 6b^2 - \mathbf{3} \cdot 7ab$$

gemeinsamer Faktor von b^2 und ab

$$= \mathbf{3} \cdot 6 \cdot \mathbf{b} \cdot b - \mathbf{3} \cdot 7 \cdot a \cdot \mathbf{b}$$

$$= \underbrace{\mathbf{3b}}(6b - 7a)$$

gemeinsame Faktoren stehen vor der Klammer

WISSEN

ÜBUNG 1 **Schreibe ohne Klammern.**

Beispiel: $5 \cdot (m - 3) = 5 \cdot m - 5 \cdot 3 = 5m - 15$

a) $7 \cdot (9 + 22k) =$

b) $(2m - 3n) \cdot 12 =$

c) $(15a - 105b + 5c) : 5 =$

d) $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{8}{6}x - 3\right) =$

e) $\left(\frac{4}{5}a + \frac{2}{3}b\right) : 4 =$

f) $\left(\frac{2}{5}m - \frac{3}{4}\right) : \frac{6}{15} =$

g) $\left(\frac{6}{10}a + \frac{3}{5}x\right) : \left(-\frac{4}{5}\right) =$

ÜBUNG 2 **Multipliziere aus und fasse zusammen.**

a) $4 \cdot (8y - 5x) + 6 \cdot (8y - 3x)$
$= 4 \cdot 8y - 4 \cdot 5x + 6 \cdot 8y - 6 \cdot 3x$
$= 32y - 20x + 48y - 18x$
$= 80y - 38x$
$= -38x + 80y$

b) $12a - 2 \cdot (4b + 5a) + 9b - 2ab$ =
=
=
=

c) $(8x - 15y) \cdot 5 - 12 \cdot (9y + 4x) + 92y$ =
=
=
=

d) $20x - 9y - (-5x - 3y) \cdot (-2)$ =
=
=
=

ÜBEN

ÜBUNG 3 **Klammere jeweils den angegebenen Faktor aus.**

Beispiel: Faktor 4a: $48a - 64ab = \underline{4} \cdot 12 \cdot \underline{a} - \underline{4} \cdot 16 \cdot \underline{a} \cdot b = \underline{4a} \cdot (12 - 16b)$

a) Faktor $-6x$: $-18x^2y - 30x^3z = \underline{-6} \cdot 3 \cdot \underline{x} \cdot x \cdot y \underline{- 6} \cdot 5 \cdot \underline{x} \cdot x \cdot x \cdot z =$

b) Faktor $9a$: $45a^3b - 36ab^2 =$

c) Faktor uv: $24u^2v - 8uv^2 =$

d) Faktor $-4cd$: $-28cd + 16c^2d =$

e) Faktor x^2y: $11x^2y - 19x^2y^2 =$

ÜBUNG 4 **Klammere alle gemeinsamen Faktoren aus.**

Beispiel: $48xy - 16x - 44x^3y^2 = \underline{4} \cdot 12 \cdot \underline{x} \cdot y - \underline{4} \cdot 4 \cdot \underline{x} - \underline{4} \cdot 11 \cdot \underline{x} \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y$
$= 4x \cdot (12y - 4 - 11x^2y^2)$

a) $-36a^2b^3 + 81ab^2 =$

b) $135v^2w^2 - 45vw^2 =$

c) $12ef^2 + 20e^2f - 24ef =$

d) $-16a^2b^3c^2 - 40a^3b^2c^2 + 56a^2b^2c^3 =$

ÜBUNG 5 **Fülle die Lücken.**

Beispiel: $15a - 10a^2 = 5a \cdot (\underline{3} - \underline{2a})$

a) $28xy + 49x = 7x \cdot (\quad + \quad)$

b) $18mn^2 - 48m^2n = \quad \cdot (\quad - 8m)$

c) $-45a^2b^2 - 90ab^2 = \quad \cdot (15a + \quad)$

d) $-52a^2b^3 - 91ab^2 = 13ab \cdot (\quad - \quad)$

ÜBUNG 6 **Vereinfache zuerst und klammere dann aus.**

a) $28a + 4 \cdot (-2a + 2b) - 46b$
$= 28a - 8a + 8b - 46b$
$= 20a - 38b$
$= 2 \cdot (10a - 19b)$

b) $14mn - 10m \cdot (4n - 6) - 6n \cdot (8m - 10)$
=
=
=

c) $36 + (6s - 3t) \cdot 5 - (18s - 3t + 12) \cdot 3$
=
=
=

d) $5xy - [8x - (5y - 7x)] \cdot 2x$
=
=
=

ÜBEN

1.2 Multiplizieren von Summen – binomische Formeln

Multiplizieren von ...

Summen: Man multipliziert zwei Summen miteinander, indem man jedes Glied der ersten Summe mit jedem Glied der zweiten Summe multipliziert und die Ergebnisse der Multiplikationen addiert.

$$(4 + a) \cdot (x + 3) = 4 \cdot x + 4 \cdot 3 + a \cdot x + a \cdot 3$$
$$= 4x + 12 + ax + 3a$$
$$= 3a + ax + 4x + 12$$

Differenzen: Man multipliziert zwei Differenzen miteinander, indem man jedes Glied der ersten Differenz mit jedem Glied der zweiten Differenz multipliziert. Die einzelnen Ergebnisse werden anschließend addiert bzw. subtrahiert.

denn $- \cdot - = +$

$$(3 - m) \cdot (k - 7) = 3 \cdot k - 3 \cdot 7 - m \cdot k + m \cdot 7$$
$$= 3k - 21 - km + 7m$$
$$= 3k - km + 7m - 21$$

Summen mit Differenzen: Man multipliziert jedes Glied der ersten Klammer mit jedem Glied der zweiten Klammer. Die einzelnen Ergebnisse werden anschließend addiert bzw. subtrahiert.

denn $+ \cdot - = -$

$$(5 + 2x) \cdot (k - 9) = 5 \cdot k - 5 \cdot 9 + 2x \cdot k - 2x \cdot 9$$
$$= 5k - 45 + 2kx - 18x$$
$$= 5k + 2kx - 18x - 45$$

Binomische Formeln

Spezialfälle der Multiplikation von Summen und Differenzen sind:

Achte auf die Rechenzeichen:
$+ \cdot + = +$ $\quad - \cdot - = +$ $\quad + \cdot - = -$ $\quad - \cdot + = -$

1. binomische Formel
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. binomische Formel
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. binomische Formel
$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Herleitungen:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ba + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - ab - ba + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$$

Die Glieder a^2 und b^2 nennt man **quadratische Glieder.** Das Glied 2ab nennt man **gemischtes Glied.**

Beachte: Die Variablen a und b können auch durch Terme (z. B. 8z, 2k oder 7y) belegt sein.

$$(8z + 2k)^2 = (8z)^2 + 2 \cdot 8z \cdot 2k + (2k)^2$$
$$= \underbrace{64z^2}_{\text{quadratisches Glied}} + \underbrace{32zk}_{\text{gemischtes Glied}} + \underbrace{4k^2}_{\text{quadratisches Glied}}$$

ÜBUNG 7 **Multipliziere aus und fasse so weit wie möglich zusammen. Achte auf die Vorzeichen! Bearbeite die Aufgaben in deinem Übungsheft.**

a) $(4a + 3b) \cdot (5 + 2b)$

b) $(7x - 3y) \cdot \left(\frac{4}{7}y - 2x\right)$

c) $(24u - 5{,}6r) \cdot (-0{,}4u + 12r)$

d) $\left(\frac{3}{4}m - \frac{2}{3}n\right) \cdot \left(\frac{2}{6}m - \frac{4}{8}n\right)$

e) $(6a^2b - 12ab^2) \cdot (-3b^2a - 2ba^2)$

f) $(3f + 15g + 6h) \cdot (2f - 7g - 5h)$

ÜBUNG 8 **Bearbeite folgende Aufgaben in deinem Übungsheft.**

a) $(4a + 2b) \cdot (12a - 6b - 3)$

b) $6(8a - 10b) - (16 + 2b) \cdot (4a - 12) + 8ab$

c) $23{,}5st + [-6{,}5t^2 - (5s - 12t) \cdot (3t - 4{,}8s)] - 7t^2$

d) $-[3x \cdot (4y + 12z) - (9x + y) \cdot (6z - 3x)]$

e) $3\left(\frac{2}{3}x + 7\right) - \left(\frac{3}{2}x - \frac{3}{4}y\right) \cdot \left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y\right)$

f) $-\left(\frac{1}{5}u - \frac{2}{7}v\right) \cdot \left(\frac{1}{2}u - \frac{14}{24}v\right) - 3v^2$

ÜBUNG 9 **Fülle die Lücken. Es sind Terme *oder* Rechenzeichen einzusetzen.**

a) $(3y - 5x) \cdot (8x + 3y) =$ ___ $+ 9y^2 -$ ___ $- 15xy$

b) $(3a - 7b) \cdot (4c + 9d) = 12ac +$ ___ $-$ ___ $- 63bd$

c) $(4u + 7v) \cdot (4u - 6v) = 16u^2$ ___ $24uv$ ___ $28uv$ ___ $42v^2$

d) $x^2 + 4x + 3x + 12 = ($ ___ $+$ ___ $) \cdot (x + 4)$

ÜBUNG 10 **Berechne mithilfe der binomischen Formeln.**

a) $(3x + 7)^2 =$ ___

b) $(4a - 5b)^2 =$ ___

c) $(6c + 4d) \cdot (6c - 4d) =$ ___

d) $(-4w - 3u)^2 =$ ___

e) $\left(\frac{1}{4}z - a\right) \cdot \left(\frac{1}{4}z + a\right) =$ ___

f) $\left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4}q\right) \cdot \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{4}q\right) =$ ___

ÜBUNG 11 **Löse die Klammern auf und fasse so weit wie möglich zusammen. Schreibe in dein Übungsheft.**

a) $(5m - 3n)^2 + 4 \cdot (4n + 2m)^2$

b) $(13v - 6w)^2 + 7v \cdot (9 - 8w)$

c) $5 \cdot [3a^2 - (2b - 6a)^2] - 12a \cdot 5b$

d) $[-6 \cdot (3m - 15n)]^2 - (5m - 3) \cdot (5m + 3)$

e) $(5x + 7y)^2 + (2y - 3x) \cdot (7x + 2y) - (6x + 3y)^2$

f) $(a - 5b)^2 - [2 \cdot (a + 5b)^2 - (6a - 4b) \cdot (6a + 4b)]$

1.3 Terme mithilfe der binomischen Formeln vereinfachen

WISSEN

Du kannst die binomischen Formeln zum Vereinfachen von Rechenausdrücken benutzen. Oft kann man mithilfe der binomischen Formeln auch „schwierige Aufgaben“ im Kopf rechnen.	$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$
Kopfrechnen mit der 3. binomischen Formel: Die Differenz zweier Quadrate kann man mit der 3. binomischen Formel in ein Produkt umwandeln.	Berechne $98^2 - 97^2$ im Kopf: $98^2 - 97^2 = (98 - 97) \cdot (98 + 97)$ $= 1 \cdot 195$ $= 195$
Umgekehrt kann man manche Produkte geschickt in die Differenz zweier Quadrate umwandeln.	Berechne $49 \cdot 51$ im Kopf: $49 \cdot 51 = (50 - 1) \cdot (50 + 1)$ $= 50^2 - 1^2$ $= 2500 - 1$ $= 2499$
Vereinfachen mit 1. und 2. binomischer Formel: Man kann Summen oder Differenzen mit der 1. bzw. 2. binomischen Formel in ein Produkt umwandeln, wenn darin bereits eine der binomischen Formeln „versteckt“ ist. Dazu musst du die beiden quadratischen Glieder und das gemischte Glied des Binoms erkennen.	$a^2 - 2ab + b^2$ $81x^2 - 72xy + 16y^2$ $= (9x)^2 - 2 \cdot (9x) \cdot (4y) + (4y)^2$ $= (9x - 4y)^2$ NR: $a^2 = 81x^2$ $a = 9x$ $b^2 = 16y^2$ $b = 4y$ Probe: $2 \cdot 9x \cdot 4y$ $= 72xy$
Manchmal musst du zuerst gemeinsame Faktoren ausklammern.	$36x^2 + 48x + 16$ $= 4 \cdot (9x^2 + 12x + 4)$ $= 4 \cdot ((3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2)$ $= 4 \cdot (3x + 2)^2$ NR: $a^2 = 9x^2$ $a^2 = (3x)^2$ $b^2 = 4 = 2^2$ Probe: $2 \cdot ab$ $= 2 \cdot 3x \cdot 2$ $= 12x$

ÜBUNG 12 **Fülle die Lücken.**

a) $4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2 \cdot \square \cdot \square + 3^2$

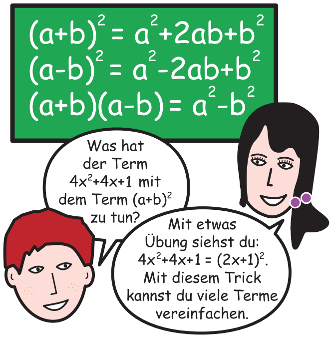
$= (2x + \square)^2$

b) $9 - 6a + a^2 = (\square)^2 - 2 \cdot 3a + (\square)^2$

$= (\square - \square)^2$

c) $169x^2 - 256y^2 = (\square)^2 - (\square)^2$

$= (\square + \square)(\square - \square)$



ÜBUNG 13 **Überlege dir zunächst, welche binomische Formel anzuwenden ist. Rechne anschließend in deinem Übungsheft wie in den Beispielen.**

Beispiele: $25a^2 + 20ab + 4b^2 = (5a)^2 + 2 \cdot 5a \cdot 2b + (2b)^2 = (5a + 2b)^2$

$16m^2 - 24mn + 9n^2 = (4m)^2 - 2 \cdot 4m \cdot 3n + (3n)^2 = (4m - 3n)^2$

$4x^2 - 169 = (2x + 13) \cdot (2x - 13)$

a) $49x^2 - 70x + 25$

b) $196a^2 + 140ab + 25b^2$

c) $16m^2 - 81$

d) $\frac{1}{4}a^2 + 4a + 16$

e) $\frac{1}{16}k^2 - \frac{1}{2}kw + w^2$

ÜBUNG 14 **Klammere zunächst den angegebenen Faktor aus. Faktorisiere anschließend mithilfe der binomischen Formeln.**

a) Faktor 2: $2x^2 + 36x + 162 = 2 \cdot x^2 + 2 \cdot 18x + 2 \cdot 81$

$= 2 \cdot (x^2 + 18x + 81)$ 1. binomische Formel

$= 2 \cdot (x^2 + 2 \cdot x \cdot 9 + 9^2) = 2 \cdot (x + 9)^2$

b) Faktor 4: $4m^2 - 40m + 100 =$

$=$

$=$

c) Faktor 3: $27a^2 - 72ab + 48b^2 =$

$=$

$=$

d) Faktor 6: $\frac{6}{4}x^2 + 18x + 54 =$

$=$

$=$

ÜBEN

KLASSENARBEIT 1

45 Minuten

TESTEN

AUFGABE 1 Schreibe ohne Klammer.

a) $4(-6y + 13) =$

b) $(3x - 18) \cdot \frac{1}{2} =$

c) $\left(\frac{6}{7}m - \frac{3}{8}n\right) \cdot 12 =$

d) $\left(\frac{2}{3}a - \frac{4}{9}b\right) : \frac{1}{3} =$

e) $-\frac{3}{4}st\left(\frac{4}{7}s - \frac{4}{14}t\right) =$

AUFGABE 2 Multipliziere aus und fasse zusammen.

a) $6(12x - 7y) - 4x + 7y(-13x) - (7 - 5y) =$

$=$ $=$

b) $(35ab - [33a - (19b - 37ab) - 51] - 48b)$

$=$ $=$

$=$

c) $-[-27x - 7 \cdot (12 + 17y) - 5 \cdot (-25x + 18) - 9y]$

$=$ $=$

$=$

d) $\left(-\frac{3}{5}x + \frac{4}{9}y\right) \cdot \frac{5}{9} - \left(\frac{4}{5}x - \frac{1}{9}y\right) =$

$=$ $=$

AUFGABE 3 Klammere geschickt aus.

a) $54x^2y^2z - 12xy^2z + 72xyz^2$

$=$

$=$

b) $63a^3b^3c - 91a^2b^3c^2 - 35a^2b^2c - 56a^2b^2c^3$

$=$

$=$

AUFGABE 4 Fülle die Lücken.

a) $(15x - 3) \cdot (7 + 12y) = 105x +$ ___ $- 21 -$ ___

b) $(-5x - 3b) \cdot (-x + 5b) = 5x^2$ ___ $25bx$ ___ $3bx$ ___ $15b^2$

AUFGABE 5 **Multipliziere und fasse so weit wie möglich zusammen.**

a) $(3x - 7) \cdot (12 + 8x)$

=

=

b) $(6x^2y - 15xy^2) \cdot (-3y^2x - 4yx^2)$

=

=

c) $-[15x \cdot (7y + 5z) - (9x + 5y) \cdot (12z - 8x)]$

=

=

=

=

d) $\left(-\frac{3}{5}x + \frac{4}{9}y\right) \cdot \left(\frac{4}{5}x - \frac{1}{9}y\right)$

=

=

=

=

AUFGABE 6 **Berechne mithilfe der binomischen Formeln.**

a) $(6a + 7)^2 =$

b) $(8x - 12y)^2 =$

c) $\left(-\frac{1}{3}m - \frac{1}{4}n\right)^2 =$

d) $\left(\frac{3}{4}h + \frac{2}{5}i\right) \cdot \left(\frac{3}{4}h - \frac{2}{5}i\right) =$

AUFGABE 7 **Löse die Klammern auf und fasse so weit wie möglich zusammen.**

a) $[-7(5a - 13b)]^2 - 12a \cdot 3b$

= =

= =

b) $(4x - 5y)^2 - [(6x - 4y) \cdot (6x + 4y) - 2 \cdot (x + y)^2]$

= =

= =

AUFGABE 8 **Klammere zunächst einen geeigneten Faktor aus und faktorisiere dann mithilfe der binomischen Formeln.**

a) $48a^2 - 72ab + 27b^2$

=

=

=

b) $\frac{1}{3}x^2 + 4\frac{2}{3}x + 16\frac{1}{3}$

=

=

=

TESTEN

KLASSENARBEIT 2

45 Minuten

AUFGABE 9 **Multipliziere aus.**

a) $2x \cdot (3x + 4y) =$

b) $-3a \cdot (5a - 13b) =$

AUFGABE 10 **Klammere so viele Faktoren wie möglich aus.**

a) $7xy - 28y =$

b) $ab - ab^3 =$

c) $-105x^3z + 63x^2z^2 =$

AUFGABE 11 **Gegeben sind die Terme (I) $\frac{1}{3}(-x + 2) + \frac{11}{6}x - \frac{14}{3}$ und (II) $-\frac{2}{3}\left(3 - \frac{9}{4}x\right) + 2$.**

a) Überprüfe durch Umformen, ob Term (I) äquivalent ist zu dem Term $\frac{3}{2}x - 4$.

b) Überprüfe durch Umformen, ob Term (II) äquivalent ist zu dem Term $\frac{3}{2}x - 4$.

c) Bereche den Wert des Terms (I) für $x = 1$.

d) Bereche den Wert des Terms (II) für $x = \frac{2}{3}$. (Tipp: Rechne clever!)

AUFGABE 12 **Multipliziere mithilfe der binomischen Formeln aus.**

a) $(3a - 12b)^2 =$

b) $\left(\frac{1}{2}x + 8y\right)^2 =$

c) $(7x - 2y)(7x + 2y) =$

AUFGABE 13 **Wähle aus den ganzen Zahlen von –10 bis 10 (–10; –9; … 8; 9; 10) zwei verschiedene Zahlen aus, sodass sich für den Term $(a - b)^2$ der größtmögliche Wert ergibt. Wie viele Möglichkeiten gibt es? (Es sind mehr Schreibfelder abgedruckt, als es Möglichkeiten gibt.)**

a =   b =

a =   b =

a =   b =

a =   b =

TESTEN

AUFGABE 9 **In einem Casino ist ein Glücksrad in drei farbige Felder eingeteilt: rot, blau und gelb. Der Manager hat ausgerechnet, dass die einzelnen Felder mit den Wahrscheinlichkeiten P(rot) = $\frac{1}{2}$, P(blau) = $\frac{1}{4}$ und P(gelb) = $\frac{1}{4}$ angezeigt werden.**

a) Wie groß sind demnach die Winkel der zugehörigen Kreissektoren auf dem Glücksrad?

b) Finn möchte sein Glück testen. Er darf zwischen zwei Spielvarianten wählen:
1. Das Glücksrad wird dreimal gedreht. Man gewinnt, wenn dabei niemals das blaue Feld getroffen wird.
2. Das Glücksrad wird dreimal gedreht. Man gewinnt, wenn dreimal die gleiche Farbe getroffen wird.

Welche Variante sollte Finn wählen? Entscheide mithilfe der Gewinnwahrscheinlichkeiten.

AUFGABE 10 **„Schere – Stein – Papier“ ist ein weltweit verbreitetes Knobelspiel. Jeder der beiden Kontrahenten entscheidet sich für ein Symbol, welches beide Spieler dann gleichzeitig mit der Hand darstellen. Stein gewinnt gegen Schere, verliert aber gegen Papier, und Schere gewinnt gegen Papier. Bei gleichen Symbolen ist das Spiel unentschieden.**

a) Untersuche das Spiel und fülle die Tabelle aus. Welches Symbol kannst du empfehlen?

Stein gegen:	Schere gewinnt	Papier	Stein
Schere gegen:	Schere	Papier	Stein
Papier gegen:	Schere	Papier	Stein

b) Bei einer Variante des Spiels kommt noch das Symbol „Brunnen“ hinzu. Brunnen gewinnt gegen Schere und Stein und verliert gegen Papier. Welches Symbol würdest du nun empfehlen?

AUFGABE 11 **Laut Werbung befindet sich in jedem siebten Überraschungspaket eine besondere Spielfigur.**

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommt man eine Figur, wenn man ein zufällig ausgewähltes Überraschungspaket kauft?
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man bei drei Überraschungspaketen mindestens eine Figur?
c) Wie viele Überraschungspakete muss man kaufen, um mit 90%iger Wahrscheinlichkeit mindestens eine Figur zu bekommen?

TESTEN

Stichwortfinder

Das Erfolgskonzept im Reihenformat
Wissen • Üben • Testen

Mit dabei sind:
- Lösungshefte
- Abschlusstests
- Schlaue Schnipsel und Fun Facts

Passendes Übungsmaterial online bei Lernhelfer
Zusätzlich zu den Bänden der Reihe **Wissen – Üben – Testen** erhältst du passende digitale Lernpakete für die Sekundarstufe I mit Lernkartensets zu wichtigen Unterrichtsthemen.

Alles exklusiv im Paket für nur 1,– Euro! Melde dich einfach an unter **www.lernhelfer.de/wuet**

In der Reihe erhältlich für die Klassenstufen 5 bis 10 sind Klassen- und Themenbände der Fächer:

- Deutsch
- Mathematik
- Englisch
- Französisch
- Latein

Alle lieferbaren Titel in der Reihe Wissen – Üben – Testen findest du auf **www.duden.de**

Graphen linearer Funktionen zeichnen

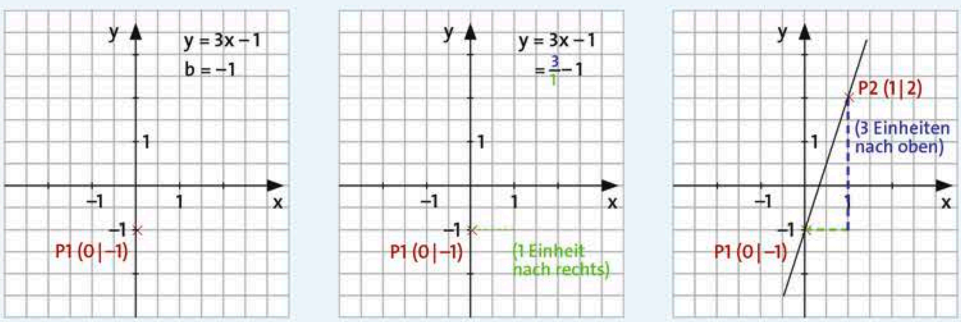
abhängige Variable;
(senkrechte Koordinatenachse,
y-Achse)

unabhängige Variable;
(waagerechte Koordinatenachse,
x-Achse)

$$y = mx + b$$

Steigung der Geraden:
m > 0: Gerade ist steigend
m < 0: Gerade ist fallend
m = 0: Gerade ist waagerecht
(parallel zur x-Achse)

Schnittpunkt zwischen der
Geraden und der y-Achse
Koordinaten des Schnittpunktes:
(0 | b)



Graphen von linearen Funktionen sind Geraden.
Du brauchst also nur zwei Punkte, durch die du dann mit dem Lineal die Gerade legen kannst.
Diese beiden Punkte kannst du aus der Funktionsgleichung ermitteln.

Beispiel: $y = 3x - 1$

1. Punkt: Diesen kannst du direkt ablesen, es ist der Schnittpunkt mit der y-Achse: P1 (0 | –1)

2. Punkt: Diesen kannst du mithilfe der Steigung der Geraden (3) ermitteln. Schreibst du die Steigung als Bruch $\frac{3}{1}$, gibt dir der Nenner an, wie viele Einheiten du ausgehend vom 1. Punkt nach rechts in Richtung der x-Achse gehen musst; der Zähler sagt dir, wie viele Einheiten du in Richtung der y-Achse gehen musst. Ist die Steigung positiv, gehst du nach unten, bei negativer Steigung nach oben:
x-Koordinate: $0 + 1 = 1$
y-Koordinate: $-1 + 3 = 2$
P2 (1 | 2)

Sachaufgaben in acht Schritten lösen

Wiebke ist 1,65 m groß und viermal so alt wie Max. Mia ist 3 Jahre älter als Max. Zusammen sind alle drei 4,95 m groß und 75 Jahre alt. Wie alt sind die drei?

Informationen sammeln

1. Lies dir Aufgabe genau durch. Am besten mehrmals! **2.** Was ist gefragt?	Wiebke ist 1,65 m groß und viermal so alt wie Max. Mia ist 3 Jahre älter als Max. Zusammen sind alle drei 4,95 m groß und 75 Jahre alt. Wie alt sind die drei?
3. Welche Angaben brauchst du?	Du brauchst die Angaben zum Alter, Angaben zur Größe brauchst du nicht: Wiebke ist 1,65 m groß und viermal so alt wie Max. Mia ist 3 Jahre älter als Max. Zusammen sind alle drei 4,95 m groß und 75 Jahre alt. Wie alt sind die drei?

Aufgaben berechnen

4. Zum Rechnen musst du den Text in Variablen, Terme und Gleichungen übersetzen. Wie viele Variablen brauchst du?	Drei Altersangaben sollst du bestimmen. Du hast also zunächst 3 Unbekannte: Alter von Max; Alter von Mia; Alter von Wiebke. Der Aufgabentext liefert dir Informationen, wie du das Alter einiger Personen aus dem Alter anderer Personen berechnen kannst. Damit kannst du die Anzahl der Unbekannten auf weniger als 3 verringern. Du weißt: Wiebke ist viermal so alt wie Max, Mia ist 3 Jahre älter als Max. Du kannst also das Alter von Wiebke und Mia aus dem Alter von Max berechnen, indem du Terme aufstellst. Du brauchst daher nur eine Variable: Alter von Max = x, Alter von Wiebke = $4x$, Alter von Mia = $x + 3$
5. Stelle eine Gleichung auf, die die übrig gebliebene Variable enthält.	Du weißt, dass alle 3 zusammen 75 Jahre alt sind: Alter Max + Alter Mia + Alter Wiebke = 75 $x + x + 3 + 4x = 75$
6. Löse die Gleichung mithilfe von Äquivalenzumformungen.	$6x = 72$; $x = 12$; Max ist also 12 Jahre alt. Alter von Mia: $x + 3 = 15$; Alter von Wiebke: $4x = 48$; Mia ist also 15 Jahre, Wiebke 48 Jahre alt.
7. Vergiss nicht die Probe!	Probe: $12 + 15 + 48 = 75$
8. Formuliere einen Antwortsatz.	Max ist 12 Jahre alt, Mia 15 Jahre und Wiebke ist 48 Jahre alt.

DUDEN

Für nur 1,– Euro!
Das passende
digitale Lernpaket
www.lernhelfer.de/wuet

8. Klasse • Mathematik

Mit dabei: Schlaue Schnipsel – Mathewissen zum Staunen, Lachen und Weitererzählen

Bessere Noten in drei Schritten:

- WISSEN: Alle Regeln, alle Merksätze, alle Lerninhalte
- ÜBEN: Viele Übungen von leicht bis richtig knifflig
- TESTEN: Training für den Ernstfall – mit Klassenarbeiten wie in der Schule

Mit separatem Lösungsheft.

Geeignet für alle Bundesländer.
Für Gymnasium, Realschule und Gesamtschule.

Auf die aktuellen Bildungspläne abgestimmt.

ISBN 978-3-411-72444-4
13,99 € (D) · 14,40 € (A)
9 783411 724444