

Perspektiven der Mathematikdidaktik

Gabriele Kaiser · Rita Borromeo Ferri · Werner Blum Hrsg.

RESEARCH

Christina Drüke-Noe

# Aufgabenkultur in Klassenarbeiten im Fach Mathematik

Empirische Untersuchungen  
in neunten und zehnten Klassen



Springer Spektrum

Perspektiven der Mathematikdidaktik

Gabriele Kaiser · Rita Borromeo Ferri · Werner Blum *Hrsg.*

RESEARCH

Christina Drüke-Noe

# Aufgabenkultur in Klassenarbeiten im Fach Mathematik

Empirische Untersuchungen  
in neunten und zehnten Klassen



Springer Spektrum

---

# Perspektiven der Mathematikdidaktik

**Herausgegeben von**

G. Kaiser, Hamburg, Deutschland

R. Borromeo Ferri, W. Blum, Kassel, Deutschland

In der Reihe werden Arbeiten zu aktuellen didaktischen Ansätzen zum Lehren und Lernen von Mathematik publiziert, die diese Felder empirisch untersuchen, qualitativ oder quantitativ orientiert. Die Publikationen sollen daher auch Antworten zu drängenden Fragen der Mathematikdidaktik und zu offenen Problemfeldern wie der Wirksamkeit der Lehrerbildung oder der Implementierung von Innovationen im Mathematikunterricht anbieten. Damit leistet die Reihe einen Beitrag zur empirischen Fundierung der Mathematikdidaktik und zu sich daraus ergebenden Forschungsperspektiven.

**Herausgegeben von**

Gabriele Kaiser  
Universität Hamburg

Rita Borromeo Ferri,  
Werner Blum,  
Universität Kassel

---

Christina Drücke-Noe

# Aufgabenkultur in Klassenarbeiten im Fach Mathematik

Empirische Untersuchungen  
in neunten und zehnten Klassen



**Springer** Spektrum

Christina Drücke-Noe  
Universität Kassel, Deutschland

Dissertation Universität Kassel, Fachbereich Mathematik und Naturwissenschaften, Institut für Mathematik

Erstgutachter: Prof. Dr. Werner Blum  
Zweitgutachter: Prof. Dr. Thomas Jahnke  
Tag der Prüfung: 08.07.2013

ISBN 978-3-658-05350-5

ISBN 978-3-658-05351-2 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-658-05351-2

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2014

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Spektrum ist eine Marke von Springer DE.

Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.

[www.springer-spektrum.de](http://www.springer-spektrum.de)

## Geleitwort

Die Arbeit von Frau Drücke-Noe widmet sich dem wichtigen und bisher überraschend wenig untersuchten Thema der Mathematik-Klassenarbeiten. Die Fragestellung ist entstanden im Rahmen des Forschungsprogramms COACTIV<sup>1</sup>, in dem u.a. die Klassenarbeiten aller an der PISA-Längsschnittstudie 2003/04 teilnehmenden Mathematiklehrkräfte eingesammelt und analysiert worden sind. Eine in diesen Analysen fehlende Kategorie war das in Klassenarbeiten üblicherweise dominierende „Technische Arbeiten“. Die Ergänzung dieser Analysekategorie und ihre konkrete Anwendung war eine der Zielsetzungen der vorliegenden Arbeit. Mit ihrer Hilfe lässt sich die oft beklagte, aber empirisch wenig substantiierte „Kalkülorientierung“ des deutschen Mathematikunterrichts anhand einer repräsentativen Stichprobe empirisch genauer belegen. Des Weiteren war die Frage, inwieweit sich in den Jahren nach den ersten PISA-Ergebnissen die Aufgabenkultur in Klassenarbeiten womöglich verändert hat, grade auch in Bezug auf diese Kategorie des Technischen Arbeitens. Zur Untersuchung dieser Frage hat die Autorin hessische Klassenarbeiten aus den Jahren 2007-09 eingesammelt und analog zum COACTIV-Datensatz analysiert. Obwohl es sich hierbei um eine lokale Konvenienzstichprobe handelt und Längsschnitzaussagen nur mit großer Vorsicht gemacht werden können, ist es per se interessant, einen zeitlich später erhobenen Satz von Klassenarbeiten analog zu analysieren sowie auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu achten.

In diesem Sinne untersucht Frau Drücke-Noe in ihrer Arbeit, welche mathematischen Tätigkeiten bei der Bearbeitung von Klassenarbeitsaufgaben neunter und zehnter Klassen erforderlich sind, speziell welche Rolle dabei das Technische Arbeiten spielt, welche Schulformspezifika sich dabei identifizieren lassen und ob Klassenarbeiten verschiedener

---

1 Kooperationsprojekt (seit 2002) zwischen dem Max-Planck-Institut für Bildungsforschung in Berlin (federführende Institution, Leitung J. Baumert) sowie den Universitäten Kassel (W. Blum) und Oldenburg (M. Neubrand), von der DFG 2002-2008 im Rahmen des Schwerpunktprogramms „Bildungsqualität von Schulen“ sowie 2008-10 im Rahmen der Habilitation von S. Krauss gefördert; derzeitige Leitung M. Kunter (Goethe-Universität Frankfurt).

Erhebungszeitpunkte bezüglich der Verteilung der Tätigkeiten Veränderungsstendenzen zeigen.

Die Arbeit ist – nach einer kurzen Einleitung – in vier große Teile gegliedert. Im ersten Teil werden die theoretischen Grundlagen der Arbeit dargelegt, und zwar zur Rolle von Aufgaben in Mathematik und zur Leistungsüberprüfung. Im zweiten Teil werden Stichproben, Datensätze, Untersuchungsinstrumente und Kodierungsverfahren vorgestellt. Der dritte Teil enthält die empirischen Ergebnisse für den COACTIV- und für den hessischen Datensatz. Es werden sowohl quantitative als auch exemplarische qualitative Ergebnisse der Aufgabenanalysen berichtet. Im vierten Teil schließlich werden die Ergebnisse zusammengefasst und wird ein Ausblick gegeben.

Genauer enthält der theoretische Teil u.a. eine Diskussion der Rolle von Aufgaben, wobei Lern- und Prüfungsaufgaben unterschieden und mögliche Einflussgrößen für die Auswahl von Aufgaben erörtert werden, sowohl unter fachspezifischen als auch unter lernpsychologischen und bildungswissenschaftlichen Perspektiven. Des Weiteren wird die Theorie der Leistungsüberprüfung dargelegt. Eine Diskussion externer Tests, die ja in den letzten 15 Jahren in Deutschland deutlich wichtiger geworden sind, schließt sich an, wobei ein im Folgenden bedeutsamer Aspekt die steuernde Wirkung externer Tests auf die schulische Aufgabenkultur ist.

Im Methoden-Teil werden zunächst die beiden Stichproben und Datensätze beschrieben und die bei COACTIV verwendeten Aufgabenkategorien erläutert. Bei den Untersuchungsinstrumenten auf Aufgabenebene ist besonders die neue Kategorie des „Technischen Arbeitens“ hervorzuheben. U.a. erfolgt eine Konkretisierung der kognitiven Niveaus in dieser Kategorie in den vier Stoffgebieten Arithmetik, Algebra, Geometrie und Stochastik. Mit der vorliegenden Operationalisierung dieser Tätigkeit ist es der Autorin gelungen, eine wesentliche Lücke im COACTIV-Analyse-Schema zu schließen. Sodann werden die Untersuchungsinstrumente auf Klassenebene dargestellt. Das Ziel ist hierbei, nicht nur einzelne Klassenarbeiten, sondern die Arbeiten eines ganzen Schuljahres zusammenfassend kognitiv zu charakterisieren. Dazu werden neue Analyseeinheiten, die sogenannten „Jahresklassenarbeiten“, gebildet. Für jede solche Jahresklassenarbeit kann dann ein sogenanntes „Kompetenzprofil“ erstellt werden, das für jede einzelne Tätigkeit die prozentualen Anteile der vier kognitiven Niveaus ausweist. Über Summenbildungen werden dann zwei spezifische Kompetenzmaße gebildet, die den in einer Jahresklassen-

arbeit realisierten kognitiven Anspruch quantifizieren. Hiermit hat die Verfasserin ein handhabbares Instrument zur Erfassung des kognitiven Anspruchs der Klassenarbeiten eines ganzen Schuljahrs geschaffen.

Im umfangreichen empirischen Teil der Arbeit werden sowohl der COACTIV-Datensatz als auch der hessische Datensatz genauer analysiert, quantitativ und qualitativ. Insbesondere wird das Technische Arbeiten, also die gegenüber COACTIV neu hinzugekommene Kategorie, vertieft untersucht. Es zeigt sich dessen außerordentlich hohe Bedeutung. Zudem werden die neu entwickelten Instrumente auf die beiden Datensätze angewandt. Bei den Kompetenzprofilen zeigen sich überraschend große Überlappungen zwischen den Schulformen und überraschend wenige Unterschiede zwischen den Schuljahren. Zudem lassen sich – bei aller Dominanz der Kalküle – tendenzielle Unterschiede zwischen den beiden Datensätzen erkennen, indem die untersuchten hessischen Klassenarbeiten insgesamt kognitiv ein wenig anspruchsvoller sind als die COACTIV-Arbeiten. Im letzten Teil zieht die Autorin auch einige Folgerungen für Klassenarbeiten aus normativer Perspektive.

Insgesamt hat die vorliegende Arbeit eine Fülle aufschlussreicher Befunde über deutsche Klassenarbeiten erbracht, die so bisher noch nicht vorlagen und auf die man zukünftig zurückgreifen kann. Insbesondere die Detailliertheit der Befunde zur Kategorie des Technischen Arbeitens ist erhellend. Wenn zukünftig über Mathematik-Klassenarbeiten diskutiert wird, wird die Arbeit von Frau Drüke-Noe eine wichtige Richtschnur sein. Ich hoffe, dass durch diese Arbeit weitere Impulse zur Behandlung dieses nicht nur in der Schulpraxis bedeutsamen Themas gegeben werden.

Prof. Dr. Werner Blum

# Dank

Das Verfassen einer Dissertation bildet den Abschluss eines mehrjährigen Arbeitsprozesses, an dessen Gestaltung und Gelingen zahlreiche Personen aus dem beruflichen wie aus dem privaten Umfeld einen wichtigen Anteil haben. Ich möchte an dieser Stelle einigen dieser Personen auch namentlich ein dickes Dankeschön aussprechen.

Mein größter Dank gilt meinem Doktorvater Prof. Dr. Werner Blum, der meinen Wunsch zu promovieren mit Freude aufnahm und mir immer mit konstruktiven Anregungen während des Verfassens dieser Arbeit zur Seite stand. Ebenfalls bin ich ihm sehr verbunden für die Genehmigung der Verwendung der Daten des COACTIV-Projektes, die er mir als einer der drei verantwortlichen Projektleiter erteilt hat. Darüber hinaus danke ich ihm ganz herzlich für die überaus angenehme Zusammenarbeit, während der er mir wissenschaftlich viele Felder eröffnet und vor allem das Verfassen dieser Dissertation ermöglicht hat.

Mein ebenso herzlicher Dank gilt meinem Zweitgutachter Prof. Dr. Thomas Jahnke, der diese Arbeit mit viel Interesse begleitet hat. Ich danke ihm für die lebhaften und kritischen Diskussionen und für die Ermunterung nicht nur im Licht der Laterne Deutungen zu suchen.

Für die Unterstützung seitens des Hessischen Kultusministeriums und speziell für die zügige Genehmigung zur Datenerhebung in Hessen danke ich stellvertretend Ralph Hartung.

Auch allen Lehrkräften, die sich an dieser Untersuchung beteiligt haben, gilt mein Dank. Ohne ihre Mitarbeit wären solche Untersuchungen nicht möglich.

Mein weiterer Dank gilt Prof. Dr. Stefan Krauss und Dr. Alexander Jordan, die beide vor allem zu Beginn dieser Arbeit für mich wichtige persönliche wie inhaltliche Impulse gesetzt haben.

Birga Fox und Julia Sonntag möchte ich für die gute Mitarbeit bei der Kodierung und für die inhaltlichen Diskussionen danken.

Dr. Tobias Hofmann gebührt mein Dank für die umfassende und geduldige Unterstützung in allen technischen Fragen.

Den Kolleginnen und Kollegen meiner Arbeitsgruppe danke ich sehr für die Schaffung von Freiräumen in arbeitsintensiven Phasen unserer Projekte.

Anette Noe danke ich für das Korrekturlesen.

Meinen Dank möchte ich auch an mein privates Umfeld richten. Viele gute Freunde und Freundinnen sowie die Familie mussten in den vergangenen Jahren oft zurückstecken. Ich weiß das mir entgegengebrachte Verständnis sehr zu schätzen.

Mein abschließender Dank gilt meinem Mann Mathias, der ebenfalls sehr oft zurückstecken musste. Ich danke ihm für seine Geduld und die Umsicht, die er während dieser Zeit gezeigt hat, und während der er diverse Stimmungsschwankungen ertragen hat, die mit dem Verfassen einer solchen Arbeit einhergehen.

# Inhalt

Einleitung: Anliegen der Arbeit und erkenntnisleitende Fragen .....	1
I. Forschungsstand und Theorie .....	5
1 Zur Rolle von Aufgaben im Fach Mathematik .....	5
1.1 Die Bedeutung von Aufgaben im Unterricht und in Klassenarbeiten .....	5
1.1.1 Aufgaben in Lernsituationen – Unterrichtsaufgaben .....	6
1.1.2 Aufgaben in Leistungssituationen – Klassenarbeitsaufgaben .....	7
1.1.3 Eine funktionale Typisierung von Aufgaben .....	8
1.2 Ausgewählte Einflussgrößen auf die Aufgabenauswahl .....	10
1.2.1 Unterrichtsziele .....	10
1.2.2 Lerntheoretische und didaktische Orientierungen .....	14
1.2.3 Das Schulbuch .....	17
1.3 Kognitiver Anspruch und Aufgabenmerkmale .....	17
1.3.1 Aufgabenmerkmale und kognitive Aktivierung .....	17
1.3.2 Das kognitive Anspruchsniveau – Empirische Ergebnisse .....	19
1.4 Kalküle und ihre Stellung in der Aufgabenkultur .....	22
1.4.1 Kalküle in Unterrichtsaufgaben .....	23
Kalküle aus der Perspektive des Rechnereinsatzes – Ein Exkurs .....	26
1.4.2 Kalküle in Klassenarbeitsaufgaben .....	27
1.4.3 Kalküle in Aufgaben zentraler Abschlussprüfungen .....	28

---

2	Zur Theorie der Leistungsüberprüfung .....	29
2.1	Allgemeines .....	29
2.2	Leistungsüberprüfung durch interne Tests – Klassenarbeiten .....	31
2.2.1	Einhaltung der Gütekriterien .....	32
2.2.2	Schulrechtliche Vorgaben .....	34
2.2.3	Hinweise zur Aufgabenauswahl und -anordnung .....	36
2.2.4	Praxisbeobachtungen zur Konzeption von Klassenarbeiten .....	38
2.3	Leistungsüberprüfung durch externe Tests .....	40
2.3.1	Ausgewählte externe Tests und ihre Aufgabenmerkmale im Überblick .....	41
2.3.2	Steuernde Wirkung externer Tests auf die Aufgabenkultur .....	45
II.	Methode .....	49
3	Stichproben und Datensätze .....	49
3.1	Das COACTIV-Projekt .....	50
3.1.1	Ziele und Konzeption .....	50
3.1.2	Kategorien zur Analyse von Aufgaben .....	53
3.1.3	Klassenarbeitsaufgaben des COACTIV-Datensatzes .....	60
3.2	Der hessische Datensatz .....	62
3.2.1	Das Projekt KUMN – Ziele und Konzeption .....	62
3.2.2	Datenerhebung .....	63
3.2.3	Klassenarbeitsaufgaben des hessischen Datensatzes .....	64

---

4	Untersuchungsinstrumente auf Aufgabenebene .....	66
4.1	Explication des Technischen Arbeitens .....	66
4.1.1	Bedeutung des Technischen Arbeitens bei Modellierungsaufgaben .....	67
4.1.2	Bedeutung des Technischen Arbeitens bei technischen Aufgaben .....	69
4.1.3	Definition des Technischen Arbeitens .....	70
4.1.4	Anforderungen an die Analysekatgorie Technisches Arbeiten .....	71
4.1.5	Abgrenzung von bestehenden Analysekatgorien .....	72
4.2	Anspruchsniveaus des Technischen Arbeitens in den vier Stoffgebieten .....	72
4.3	Niveaubeschreibungen des Technischen Arbeitens .....	76
4.4	Rückblick auf die Operationalisierung .....	79
5	Untersuchungsinstrumente auf Klassenebene .....	80
5.1	Bildung der Analyseeinheiten – Jahresklassenarbeiten .....	81
5.2	Erfassung des kognitiven Anspruchs – Kompetenzprofile .....	83
5.3	Quantifizierung des kognitiven Anspruchs – Kompetenzmaße ...	84
5.3.1	Bildung der Kompetenzmaße .....	85
5.3.2	Interpretation und Anwendbarkeit der Kompetenzmaße .....	86
5.4	Reflexion der Anwendbarkeit der Untersuchungsinstrumente .....	88
6	Kodierung .....	91
6.1	Vorbereitung der Kodierung .....	91
6.2	Durchführung der Kodierungen .....	92

---

III. Ergebnisse der empirischen Analysen .....	97
7 Inhaltlicher und kognitiver Rahmen der COACTIV-Aufgaben .....	97
7.1 Stoffgebiete und thematische Bereiche .....	98
7.2 Curriculare Wissensstufe .....	102
7.3 Aufgabenklassen .....	107
8 Kognitiver Anspruch der COACTIV-Aufgaben – Quantitative und qualitative Analysen .....	108
8.1 Mathematische Tätigkeiten .....	109
8.1.1 Jahrgangsstufe 9 .....	109
8.1.2 Jahrgangsstufe 10 .....	113
8.1.3 Qualitative Analysen ausgewählter Aufgaben .....	116
8.2 Technisches Arbeiten in den drei Aufgabenklassen .....	120
8.2.1 Jahrgangsstufe 9 .....	121
8.2.2 Jahrgangsstufe 10 .....	123
8.3 Technisches Arbeiten in den vier Stoffgebieten .....	126
8.3.1 Jahrgangsstufe 9 .....	126
8.3.2 Jahrgangsstufe 10 .....	131
9 Inhaltlicher und kognitiver Rahmen der hessischen Aufgaben .....	136
9.1 Stoffgebiete und thematische Bereiche .....	136
9.2 Curriculare Wissensstufe .....	142
Das curriculare Anspruchsniveau der MSA-Prüfungen – Ein Exkurs .....	145
9.3 Aufgabenklassen .....	148