

5. bis 10. Klasse

DUDEN

SMS

Schnell-Merk-System

Mathematik

- Kompaktwissen
- Testfragen

5. - 10.

Teste dein Wissen mit rund 100 Testfragen!

- Am Ende des Buches findest du auf den eingefärbten Seiten Multiple-Choice-Fragen zu allen Kapiteln. Mit diesen Testfragen kannst du überprüfen, ob du den Stoff beherrschst.
- Teste dich in den drei Schwierigkeitsgraden einfach – mittel – schwer.
- Einfach ankreuzen und auf der letzten Seite nachschauen, ob die Lösung richtig ist.
- Wenn du unsicher bist und den abgefragten Sachverhalt nachlesen möchtest, folge dem Seitenverweis auf der Randspalte.

Einheiten, Abkürzungen, Symbole

Nicht dezimale Einheiten – international		
	Einheit/ Kurzzeichen	Umrechnungen
Zähl- maß	Dutzend	1 Dutzend = 12 Stück
	Schock	1 Schock = 5 Dutzend
	Gros	1 Gros = 12 Dutzend
Längenmaß	Seemeile / sm	1 sm = 1852 m
	inch / in (auch: ") foot / ft (auch: ')	1 in = 1" = 25,4 mm 1 ft = 1' = 30,48 cm = 12 inches
	yard / yd	1 yd = 91,44 cm = 3 feet
Raum- maß	Registertonne / RT (reg tn)	1 RT = 2,8317 m ³
	barrel	1 barrel = 158,758 l
	petrol gallon / gal	1 gal = 3,785 l
Massenmaß	Pfund / Pfd.	1 Pfd. = 500 g
	Zentner / Ztr.	1 Ztr. = 50 kg = 100 Pfd.
	Obolus	1 Obolus = 0,72 g
	ounce (Unze) / oz	1 oz = 28,35 g
	pound / lb (libra) stone	1 lb = 453,59 g = 16 oz 1 stone = 6,35 kg = 14 lbs
	Karat / k (Juwelenhandel)	1 k = 200 mg = 0,2 g

Römische Zahlen						
Grundsymbole				Beispiele		
I	X	C	M	XLI	CML	CVII
1	10	100	1000	41	950	107
Hilfssymbole				Beispiele		
V	L	D		VII	XIV	XCVIII
5	50	500		7	14	98

Vorsätze bei Einheiten

Zahlenwert, mit dem die Einheit multipliziert wird	Vorsatz	Vorsatzzeichen	Bedeutung
1 000 000 000 000 000 = 10^{15}	Peta	P	Billiarde
1 000 000 000 000 = 10^{12}	Tera	T	Billion
1 000 000 000 = 10^9	Giga	G	Milliarde
1 000 000 = 10^6	Mega	M	Million
1 000 = 10^3	Kilo	k	tausend
100 = 10^2	Hekto	h	hundert
10 = 10^1	Deka	da	zehn
1 = 10^0			
0,1 = 10^{-1}	Dezi	d	Zehntel
0,01 = 10^{-2}	Zenti	c	Hundertstel
0,001 = 10^{-3}	Milli	m	Tausendstel
0,000 001 = 10^{-6}	Mikro	μ	Millionstel
0,000 000 001 = 10^{-9}	Nano	n	Milliardstel
0,000 000 000 001 = 10^{-12}	Piko	p	Billionstel
0,000 000 000 000 001 = 10^{-15}	Femto	f	Billiardstel

Das griechische Alphabet

A	α	Alpha	I	ι	Jota	P	ρ	Rho
B	β	Beta	K	κ	Kappa	Σ	σ	Sigma
Γ	γ	Gamma	Λ	λ	Lambda	T	τ	Tau
Δ	δ	Delta	M	μ	My	Y	υ	Ypsilon
E	ε	Epsilon	N	ν	Ny	Φ	φ	Phi
Z	ζ	Zeta	Ξ	ξ	Xi	X	χ	Chi
H	η	Eta	O	\omicron	Omikron	Ψ	ψ	Psi
Θ	θ	Theta	Π	π	Pi	Ω	ω	Omega

Duden

SMS Schnell-Merk-System

Mathematik

5. bis 10. Klasse

Dudenverlag

Berlin · Mannheim · Zürich



Inhaltsverzeichnis

- 1. Grundbegriffe und Symbole** 4
Mathematische Zeichen und Symbole 4 · Mengen 6 ·
Zahlenmengen 7
TOPTHEMA Zahlensysteme und Zahlzeichen 8
- 2. Zahlen und Rechnen** 8
Natürliche Zahlen 10 · Bruchzahlen 16 · Prozent-
rechnung 18 · Zinsrechnung 19
TOPTHEMA Dreisatzrechnung 20
Ganze Zahlen 22 · Rationale Zahlen 23 · Reelle
Zahlen 24 · Potenzen 25 · Wurzeln 26 · Logarithmen 27
- 3. Gleichungen und Ungleichungen** 28
Terme und Variablen 28 · Begriffe der Gleichungs-
lehre 31 · Äquivalentes Umformen 33 · Lineare
Gleichungen 35
TOPTHEMA Lösen von Sachaufgaben 36
Lineare Ungleichungen 38
TOPTHEMA Lösen linearer Gleichungssysteme 40
Lineare Gleichungssysteme 42 · Quadratische
Gleichungen 43 · Bruchgleichungen und Bruch-
ungleichungen 45 · Algebraische Gleichungen höheren
Grades 46 · Wurzel-, Exponential- und Logarithmen-
gleichungen 47 · Trigonometrische Gleichungen 49

4. Funktionen 50

Grundbegriffe und Eigenschaften 50

TOPTHEMA Proportionalität 52

Lineare Funktionen 54 · Quadratische Funktionen 56 ·
Potenzfunktionen 58 · Wurzelfunktionen 60 · Loga-
rithmusfunktionen 61

TOPTHEMA Exponentialfunktionen und Wachstum 62

Trigonometrische Funktionen (Winkelfunktionen) 64

5. Geometrie 68

Grundbegriffe 68 · Konstruktionen 73 · Kongruenz
und Bewegung 76 · Dreiecke 78

TOPTHEMA Satzgruppe des Pythagoras 82

Vierecke 84 · Vielecke 86 · Kreis 88 · Zentrische
Streckung und Ähnlichkeit 89 · Körper 91 · Trigonometrie 96

6. Wahrscheinlichkeitsrechnung und Stochastik 98

Kombinatorik 98 · Wahrscheinlichkeitsrechnung 100

TOPTHEMA Vierfeldertafel 106

Beschreibende Statistik 107

Testfragen 110

Stichwortfinder 128



1

Grundbegriffe und Symbole

Mathematische Zeichen und Symbole

Verknüpfungen

$=$ gleich	\leq kleiner oder gleich
\neq ungleich	\geq größer oder gleich
\approx rund, angenähert	\Rightarrow wenn ..., dann ...
\triangleq entspricht	\Leftrightarrow genau dann, wenn
$<$ kleiner als	
$>$ größer als	

Zeichen/Operatoren

$+$ plus	$n!$ n Fakultät
$-$ minus	$\binom{n}{k}$ n über k (Binomialkoeffizient)
\cdot mal, multipliziert mit	$(x; y)$ geordnetes Paar x, y
$a : b; \frac{a}{b}$ a geteilt durch b	\sim proportional
a^b a hoch b (Potenz)	\mapsto Zuordnung
$\sqrt{\quad}$ Quadratwurzel aus	$f(x)$ f von x (Wert der Funktion f an der Stelle x)
$\sqrt[n]{\quad}$ n-te Wurzel aus	π Kreiszahl Pi ($\pi = 3,14159\dots$)
$ x $ Betrag von x	e eulersche Zahl ($e = 2,71828\dots$)
$\%$ Prozent	∞ unendlich
‰ Promille	
$a \mid b$ a ist Teiler von b	
$a \nmid b$ a ist nicht Teiler von b	

Mengen

A, B, M_1 Mengen	$A \cap B$ Schnittmenge von A und B
$\{a; b\}$ Menge mit den Elementen a und b	\mathbb{N} Menge der natürlichen Zahlen
$\{x x = \dots\}$ Menge aller x, für die gilt: $x = \dots$	\mathbb{Z} Menge der ganzen Zahlen
$\{\}$ oder \emptyset leere Menge	\mathbb{Q} Menge der rationalen Zahlen
\in Element von	\mathbb{R} Menge der reellen Zahlen
\notin nicht Element von	L Lösungsmenge
\subseteq Teilmenge von	
\subset echte Teilmenge von	
$A \cup B$ Vereinigungsmenge von A und B	

Logarithmen

$\log_a x$ Logarithmus x zur Basis a	$\lg x$ Logarithmus x zur Basis 10
$\ln x$ Logarithmus x zur Basis e	$\lg_2 x$ Logarithmus x zur Basis 2

Winkelfunktionen

\sin Sinus	\cos Kosinus
\tan Tangens	\cot Kotangens

Geometrie

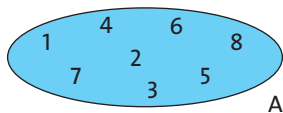
\sim proportional, ähnlich	\perp rechter Winkel
\cong kongruent, deckungsgleich	$\triangle ABC$ Dreieck A, B, C
\perp senkrecht auf	\overline{AB} Strecke AB
\parallel parallel zu	$\vec{a}; \vec{G}; \vec{AB}$ Vektoren
\sphericalangle Winkel	

Intervalle

$[a; b]$ abgeschlossenes Intervall von a bis b	$]a; b[$ offenes Intervall
	$[a; b[$ halboffenes Intervall

Mengen

Eine **Menge** ist die Zusammenfassung von verschiedenen Objekten zu einer Einheit. Die Objekte sind **Elemente** der Menge.



$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$
 $3 \in A$ 3 ist Element von A
 $9 \notin A$ 9 ist nicht Element von A

Mengengleichheit

Zwei Mengen A und B sind **gleich**, wenn sie dieselben Elemente besitzen.

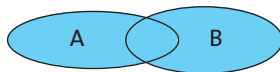


$A = B$

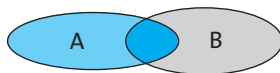
$A \subseteq B$



$A \subset B$



$A \cup B$



$A \cap B$

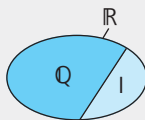
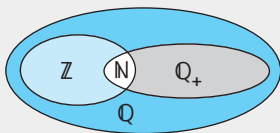
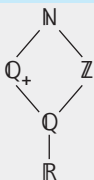
A ist eine **Teilmenge** von B, wenn jedes Element von A auch Element von B ist. Gibt es ein Element in B, das nicht zu A gehört, ist A **echte Teilmenge** von B. Die Menge aller Elemente, die in A oder in B oder in beiden Mengen enthalten sind, bildet die **Vereinigungsmenge** $A \cup B$. Die Menge aller Elemente, die zu A *und* zu B gleichzeitig gehören, bildet die **Schnittmenge** $A \cap B$ (auch Durchschnittsmenge).



Zahlenmengen

Zahlenmenge	Beschreibung	uneingeschränkt ausführbare Rechenoperationen
natürliche Zahlen (↑ S. 10)	$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$ $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\} = \{1; 2; 3; \dots\}$ (natürliche Zahlen ohne die Null)	Addition, Multiplikation
ganze Zahlen (↑ S. 22)	$\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$	Addition, Multiplikation, Subtraktion
gebrochene Zahlen (↑ S. 16)	$\mathbb{Q}_+ = \{\frac{p}{q} \text{ mit } p, q \in \mathbb{N} \text{ und } q \neq 0\}$	Addition, Multiplikation, Division (nicht 0)
rationale Zahlen (↑ S. 23)	$\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} \text{ mit } p, q \in \mathbb{Z} \text{ und } q \neq 0\}$	Addition, Multiplikation, Subtraktion, Division (nicht 0)
reelle Zahlen (↑ S. 24)	$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup I$ Irrationale Zahlen (unendliche nicht-periodische Dezimalbrüche)	Addition, Multiplikation, Subtraktion, Division (nicht 0), Wurzelziehen

Beziehungen zwischen den Zahlenmengen



Ziffern

Zum Darstellen natürlicher Zahlen verwendet man **Ziffern**.

Die Zahl Zwölf wurde in den verschiedenen Jahrhunderten und in verschiedenen Ländern unterschiedlich dargestellt:

- vor 5000 Jahren in Ägypten \cap II
- vor 3500 Jahren in China -II
- vor 2000 Jahren im Römischen Reich XII
- mit arabischen Ziffern 12
- im Dualsystem II00

Dualsystem

Anstelle der 10 kann man auch jede andere Zahl als Basis eines solchen Positionssystems wählen.

Wählt man 2 als Basis, erhält man das **Dualsystem** mit den beiden Ziffern 0 und 1 (0 steht für 0, 1 steht für 1).

	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	Dual
Wert	16	8	4	2	1	
12		I	I	0	0	II00
26	I	I	0	I	0	II0IO
29	I	I	I	0	I	III0I

Römische Zahlzeichen

Eine andere Art der Darstellung natürlicher Zahlen als Positionssysteme sind **römische Zahlzeichen**. Folgen kleinere Ziffern auf größere, werden sie addiert. Steht eine kleinere vor einer größeren Ziffer, wird sie subtrahiert.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000
CXI = 111	XL = 40	XCV = 95	CMLII = 952	VIII = 8		

Stellenwertschreibweise

Heute werden meist die zehn Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 (auch Grundziffern genannt) verwendet.

Dabei kommt auch der Stelle, an der eine Ziffer steht, eine große Bedeutung zu.

	Hunderttausender	Zehntausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer
	HT	ZT	T	H	Z	E
845 762	8	4	5	7	6	2

Dezimalsystem

Bei der Darstellung der natürlichen Zahlen bilden die Zahl 10 und deren Potenzen die Grundlage. Man spricht deshalb vom **dekadischen Positionssystem** oder vom **Dezimalsystem**.

Hexadezimalsystem

Mit 16 als Basis erhält man das **Hexadezimalsystem**.

Die Grundziffern hierbei sind: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. Der Zusatz h kennzeichnet die hexadezimale Schreibweise.

	16^3	16^2	16^1	16^0	Hex
Wert	4096	256	16	1	
25			1	9	19h
696		2	B	8	2B8h
6991	1	B	4	F	1B4Fh

2 Zahlen und Rechnen

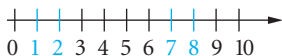


Natürliche Zahlen

Die Zahlen 0; 1; 2; 3; ... usw. bilden die **Menge \mathbb{N} der natürlichen Zahlen**.

Auf jede natürliche Zahl folgt ihr **Nachfolger**.
Zu jeder natürlichen Zahl (außer der ersten) gibt es eine vorangehende Zahl, ihren **Vorgänger**.

$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$: Menge der natürlichen Zahlen ohne die Zahl 0



8 ist der Nachfolger von 7.
1 ist der Vorgänger von 2.

Vorgänger	Zahl	Nachfolger
3 256	3 257	3 258

Messen mit natürlichen Zahlen

Dabei wird bestimmt, wie oft die **Maßeinheit** in der Größe enthalten ist.

Längenangabe: 7 m
Maßeinheit: m
Maßzahl: 7

Länge

1 km = 1 000 m
1 m = 10 dm
1 dm = 10 cm
1 cm = 10 mm

1 m = 0,001 km
1 dm = 0,1 m
1 cm = 0,01 m
1 mm = 0,1 cm

Masse

1 t = 10 dt = 1 000 kg
1 dt = 100 kg
1 kg = 0,001 t
1 kg = 0,01 dt

1 kg = 1 000 g
1 g = 1 000 mg
1 g = 0,001 kg
1 mg = 0,001 g



Testfragen

Hier kannst du testen, wie gut du den Schulstoff beherrschst. Zu jeder Frage gibt es genau *eine* richtige Antwort. Wenn du unsicher bist oder mehr wissen möchtest, zeigen dir die Seitenverweise am Rand, wo du ausführlichere Informationen findest. Die Lösungen stehen auf Seite 125.

Schwierigkeitsgrad: einfach

- ↑ S. 10 **1** Nur ein Ergebnis der folgenden Rechnungen ist eine natürliche Zahl. Welches?
- a) $3789 - 3790 =$
 - b) $509 : 2 =$
 - c) $45\,678 \cdot 67\,902 =$
- ↑ S. 37 **2** Welche mathematische Formulierung passt zu folgendem Text? *Das 3-Fache einer Zahl vermindert um 8 soll kleiner sein als 7.*
- a) $(3 - 8) \cdot 3x > 7x$
 - b) $3x - 8 < 7 - 3x$
 - c) $3x - 8 < 7$
- ↑ S. 70 **3** Wenn zwei Geraden entweder keinen Schnittpunkt haben oder alle Punkte gemeinsam, verlaufen sie ...
- a) senkrecht zueinander.
 - b) parallel zueinander.
 - c) strahlenförmig vom gleichen Ausgangspunkt aus.
- ↑ S. 17 **4** Wie wird beim Addieren zweier gleichnamiger Brüche gerechnet?
- a) Nenner + Nenner und Zähler + Zähler.
 - b) Zähler + Zähler, der Nenner bleibt gleich.
 - c) Nenner + Nenner, der Zähler bleibt gleich.

- 5** Steht vor einer Klammer ein Minuszeichen, dann werden Minuszeichen und Klammer weggelassen und ... ↑ S. 29
- a) alle Vorzeichen umgedreht.
 - b) alle Vorzeichen beibehalten.
 - c) die negativen Vorzeichen umgedreht.
- 6** Welcher Winkel ist ein überstumpfer Winkel? ↑ S. 72
- a) $\alpha = 98^\circ$
 - b) $\beta = 182^\circ$
 - c) $\gamma = 360^\circ$
- 7** Wie nennt man das Ergebnis einer Subtraktionsaufgabe? ↑ S. 11
- a) Minuend.
 - b) Produkt.
 - c) Differenz.
- 8** Womit kann man ein Ergebnis überprüfen? ↑ S. 32
- a) Mit der richtigen Lösungsstrategie.
 - b) Mit der Probe.
 - c) Mit dem Ausschlussverfahren.
- 9** Wofür steht die Abkürzung ggT? ↑ S. 15
- a) Gemeinsam gekürzter Teiler.
 - b) Größter gemeinsamer Teiler.
 - c) Gemeinsamer größter Teiler.
- 10** Welche Rechenoperationen sind in der Zahlenmenge der natürlichen Zahlen uneingeschränkt ausführbar? ↑ S. 7
- a) Addition und Multiplikation.
 - b) Addition und Subtraktion.
 - c) Multiplikation und Subtraktion.
- 11** Welcher Begriff ist beim Dividieren von Bruchzahlen von Bedeutung? ↑ S. 18
- a) Der Kehrwert.
 - b) Der Lösungswert.
 - c) Der Grundwert.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Das Wort **Duden** ist für den Verlag Bibliographisches Institut GmbH als Marke geschützt.

Alle Rechte vorbehalten. Nachdruck, auch auszugsweise, vorbehaltlich der Rechte, die sich aus den Schranken des UrhG ergeben, nicht gestattet. Für die Nutzung des kostenlosen Downloadangebots zum Buch gelten die Allgemeinen Geschäftsbedingungen (AGB) des Internetportals www.schuelerlexikon.de, die jederzeit unter dem entsprechenden Eintrag abgerufen werden können.

4., aktualisierte Auflage

© 2013 Duden D C B A

Bibliographisches Institut GmbH

Mecklenburgische Straße 53, 14197 Berlin

Redaktionelle Leitung Heike Krüger-Beer

Redaktion Claudia Fahlbusch, Marion Krause, Ulrike Lutz

Autoren Dr. Uwe Bahro, Marion Krause

Herstellung Ursula Fürst

Typografisches Konzept Horst Bachmann

Illustrator Peter Lohse, Büttelborn

Grafiken Bibliographisches Institut GmbH und DUDEN PAETEC GmbH

Umschlaggestaltung Michael Acker

Satz Robert Turzer, CH-3995 Ernen

Druck und Bindung fgb – freiburger graphische betriebe GmbH & Co. KG

Bebelstraße 11, 79108 Freiburg i. Br.

Printed in Germany

ISBN 978-3-411-70354-8

