

Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II



Katja Krüger
Hans-Dieter Sill
Christine Sikora

Didaktik der Stochastik in der Sekundar- stufe I

 Springer Spektrum

Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II



Katja Krüger
Hans-Dieter Sill
Christine Sikora

Didaktik der Stochastik in der Sekundar- stufe I



Springer Spektrum

Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I

Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II

Herausgegeben von

Prof. Dr. Friedhelm Padberg, Universität Bielefeld,
und Prof. Dr. Andreas Büchter, Universität Duisburg-Essen

Bisher erschienene Bände (Auswahl):

Didaktik der Mathematik

- P. Bardy: Mathematisch begabte Grundschul Kinder – Diagnostik und Förderung (P)
C. Benz/A. Peter-Koop/M. Grüßing: Frühe mathematische Bildung (P)
M. Franke: Didaktik der Geometrie (P)
M. Franke/S. Ruwisch: Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule (P)
K. Hasemann/H. Gasteiger: Anfangsunterricht Mathematik (P)
K. Heckmann/F. Padberg: Unterrichtsentwürfe Mathematik Primarstufe (P)
K. Heckmann/F. Padberg: Unterrichtsentwürfe Mathematik Primarstufe, Band 2 (P)
F. Käpnick: Mathematiklernen in der Grundschule (P)
G. Krauthausen: Digitale Medien im Mathematikunterricht der Grundschule (P)
G. Krauthausen/P. Scherer: Einführung in die Mathematikdidaktik (P)
G. Krummheuer/M. Fetzer: Der Alltag im Mathematikunterricht (P)
F. Padberg/C. Benz: Didaktik der Arithmetik (P)
P. Scherer/E. Moser Opitz: Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe (P)
A.-S. Steinweg: Algebra in der Grundschule (P)

G. Hinrichs: Modellierung im Mathematikunterricht (P/S)

R. Danckwerts/D. Vogel: Analysis verständlich unterrichten (S)
G. Greefrath: Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe (S)
K. Heckmann/F. Padberg: Unterrichtsentwürfe Mathematik Sekundarstufe I (S)
F. Padberg: Didaktik der Bruchrechnung (S)
H.-J. Vollrath/H.-G. Weigand: Algebra in der Sekundarstufe (S)
H.-J. Vollrath/J. Roth: Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe (S)
H.-G. Weigand/T. Weth: Computer im Mathematikunterricht (S)
H.-G. Weigand et al.: Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I (S)

Mathematik

- F. Padberg/A. Büchter: Einführung Mathematik Primarstufe – Arithmetik (P)
F. Padberg/A. Büchter: Vertiefung Mathematik Primarstufe – Arithmetik/Zahlentheorie (P)

K. Appell/J. Appell: Mengen – Zahlen – Zahlbereiche (P/S)
A. Filler: Elementare Lineare Algebra (P/S)
S. Krauter/C. Bescherer: Erlebnis Elementargeometrie (P/S)
H. Kütting/M. Sauer: Elementare Stochastik (P/S)
T. Leuders: Erlebnis Arithmetik (P/S)
F. Padberg: Elementare Zahlentheorie (P/S)
F. Padberg/R. Danckwerts/M. Stein: Zahlbereiche (P/S)

A. Büchter/H.-W. Henn: Elementare Analysis (S)
G. Wittmann: Elementare Funktionen und ihre Anwendungen (S)
B. Schuppar/H. Humenberger: Elementare Numerik für die Sekundarstufe (S)

P: Schwerpunkt Primarstufe
S: Schwerpunkt Sekundarstufe

Weitere Bände in Vorbereitung

Katja Krüger · Hans-Dieter Sill ·
Christine Sikora

Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I

 Springer Spektrum

Katja Krüger
Universität Paderborn
Paderborn, Deutschland

Hans-Dieter Sill
Christine Sikora
Universität Rostock
Rostock, Deutschland

ISBN 978-3-662-43354-6
DOI 10.1007/978-3-662-43355-3

ISBN 978-3-662-43355-3 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2015

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Planung: Ulrike Schmickler-Hirzebruch

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer-Verlag GmbH Berlin Heidelberg ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
(www.springer.com)

Vorwort

Dieses Buch wendet sich vor allem an Mathematik-Lehrkräfte aller Schularten, aber auch an Lehramts-Studierende und Referendare¹. Wir wollen insbesondere jene, die nur wenige Erfahrungen mit Stochastikunterricht haben, motivieren und dabei unterstützen, sich mit diesem Themengebiet aus fachdidaktischer Perspektive vertraut zu machen, aber auch den erfahrenen Lehrkräften Anregungen für eine zeitgemäße Unterrichtsgestaltung geben. Weiterhin soll unser Buch Impulse zu Diskussionen in der Didaktik des Stochastikunterrichts liefern und Autoren von Lehrplänen und Schullehrbüchern bei der Konzeption von Stochastik-Curricula unterstützen.

Mit unserem Lehrbuch knüpfen wir an frühere wegweisende Arbeiten zur Didaktik der Stochastik im deutschsprachigen Raum an, die u. a. von Biehler, Borovcnik, Eichler u. Vogel, Kütting, Schupp und Wolpers u. Götz vorgelegt wurden. Weiterhin verwenden wir für Schulunterricht bedeutsame empirische Forschungsergebnisse, vor allem auf dem Gebiet des Umgangs mit Daten und Wahrscheinlichkeiten. Unser Hauptanliegen ist es, Lerngegenstände aus der Statistik und der Wahrscheinlichkeitsrechnung enger miteinander zu verbinden. Dazu schlagen wir eine einheitliche Betrachtungsweise und die Verwendung gemeinsamer Grundbegriffe für beide Themengebiete vor. Wir bemühen uns um das Ziel einer „möglichst frühen und intensiven Verschränkung wahrscheinlichkeitstheoretischer und statistischer Betrachtungen“ (Schupp 1979, S. 300) und damit einer „Aufhebung der Trennung zwischen Zufalls- und Massenerscheinungen“ (Schupp 1982, S. 215).

Die Grundstruktur unseres Buches orientiert sich am Wechselverhältnis von generellen theoretischen Überlegungen und konkreten unterrichtspraktischen Vorschlägen. Im *ersten Kapitel* erläutern wir zunächst unsere Auffassungen zu Gegenstand und Bedeutung des Stochastikunterrichts und geben Besonderheiten an, die ihn aus unserer Sicht von dem übrigen Mathematikunterricht z. T. erheblich unterscheiden. Als eine weitere theoretische Grundlage legen wir im *zweiten Kapitel* die Grundzüge unserer Auffassungen zur Modellierung stochastischer Situationen durch eine Prozessbetrachtung sowie unser Konzept von Entwicklungslinien zur langfristig angelegten Ausbildung stochastischen Wissens und Könnens dar. Wir unterbreiten ebenfalls in knapper Weise Vorschläge für

¹ Bei allen Personenbezeichnungen verwenden wir zur besseren Lesbarkeit in der Regel die männliche Form.

Ziele und Inhalte in der Primarstufe, die aus unserer Sicht eine geeignete Grundlage für den Stochastikunterricht in der Sekundarstufe I darstellen.

Im Hauptteil des Buches in den *Kapiteln drei, vier und fünf* unterbreiten wir konkrete Unterrichtsvorschläge für grundlegende Inhalte des Stochastikunterrichts und erläutern mögliche Probleme bei Lernenden. Dabei verwenden wir eigene Beispiele und solche aus aktuellen Schullehrbüchern und Fachzeitschriften, die wir für empfehlenswert halten. Mit Blick auf eine konkrete Umsetzung in einem gewissen Zeitrahmen haben wir die Unterrichtsvorschläge nach den Doppeljahrgangsstufen 5/6, 7/8 und 9/10 strukturiert, womit auch unser spiralförmiges Konzept verdeutlicht wird.

Im abschließenden *sechsten Kapitel* wenden wir uns erneut ausgewählten theoretischen Fragen zu, die im Zusammenhang mit unseren Unterrichtsvorschlägen aufgetreten und bedeutsam sind. Im *Anhang* stellen wir zur Information für Lehrkräfte besondere Probleme der Stochastik zusammen, die im Unterricht auftreten können, aber aufgrund ihres anspruchsvollen Charakters nicht explizit behandelt werden. Das Buch enthält keine systematische Darstellung der fachwissenschaftlichen Grundlagen. Dazu verweisen wir auf entsprechende Publikationen wie etwa die Lehrbücher „Elementare Stochastik“ (Kütting und Sauer 2011), „Elementare Stochastik“ (Büchter und Henn 2007) oder „Stochastik für Einsteiger“ (Henze 2013) und auch die bedeutsamen Schriften von Arthur Engel (1976, 1983).

Wir bedanken uns für die Anregung zu diesem Buch und die vielen wertvollen Hinweise bei Friedhelm Padberg sowie für die Unterstützung bei der Gestaltung der Abbildungen bei Anna Gorny und für das sorgfältige Korrekturlesen bei Anna Schäfer.

Als Autorenteam haben wir im Spannungsfeld von theoretischen Grundlagendiskussionen und praktikablen Unterrichtsvorschlägen in über zweijähriger Zusammenarbeit sehr kritisch und konstruktiv über oft mehrere Zwischenstufen an der Ausformung unserer Ideen und Ansätze gerungen. Wir sind in neuer Weise von der Stochastik begeistert und überzeugt, dass Grundelemente allen Lernenden verständlich gemacht werden können und unverzichtbar für eine zeitgemäße Allgemeinbildung aller Bürger sind.

Paderborn und Rostock im November 2014

Katja Krüger, Christine Sikora und Hans-Dieter Sill

Inhaltsverzeichnis

1	Bedeutung und Besonderheiten des Stochastikunterrichts	1
1.1	Bedeutung und Gegenstand des Stochastikunterrichts	1
1.2	Besonderheiten des Stochastikunterrichts	6
2	Konzeptionelle Grundlagen	11
2.1	Modellierung stochastischer Situationen	11
2.2	Entwicklungslinien stochastischen Wissens und Könnens	16
2.3	Zum Stochastikunterricht in der Primarstufe	23
3	Stochastikunterricht in den Jahrgangsstufen 5 und 6	27
3.1	Erfassen von Daten	28
3.1.1	Daten- und Skalenarten	29
3.1.2	Daten aus der Klasse bzw. Jahrgangsstufe	31
3.1.3	Datenerhebungen in anderen Unterrichtsfächern	34
3.2	Diagramme erstellen und lesen	39
3.2.1	Säulendiagramme, Piktogramme, Balken- und Liniendiagramme	39
3.2.2	Relative Häufigkeiten in Band- und Kreisdiagrammen	47
3.2.3	Stamm-Blätter-Diagramme und Histogramme	51
3.3	Daten zusammenfassen: arithmetisches Mittel und Zentralwert	55
3.3.1	Arithmetisches Mittel von Rohdaten	56
3.3.2	Zentralwert	60
3.3.3	Arithmetisches Mittel einer Häufigkeitsverteilung	62
3.3.4	Vergleiche und Prognosen mit Mittelwerten	66
3.4	Wahrscheinlichkeiten qualitativ bestimmen und darstellen	68
3.5	Wahrscheinlichkeiten quantitativ bestimmen	77
3.5.1	Quantifizieren von Wahrscheinlichkeitsangaben	77
3.5.2	Daten und Wahrscheinlichkeiten	78
3.5.3	Wahrscheinlichkeiten in Laplace-Modellen	87
3.5.4	Wahrscheinlichkeit von Ereignissen	90
3.5.5	Zum Problem der Gleichwahrscheinlichkeit	98

4	Stochastikunterricht in den Jahrgangsstufen 7 und 8	101
4.1	Planen und Durchführen einer Umfrage	102
4.1.1	Planen einer Umfrage	103
4.1.2	Durchführen und Auswerten einer Umfrage	108
4.2	Vergleichen von Daten und Verteilungen	110
4.2.1	Auswerten von Umfragen mit Vierfeldertafeln	111
4.2.2	Vergleichen von kategorialen oder ordinalen Daten mit Band- und Säulendiagrammen	113
4.2.3	Häufigkeitsverteilung metrischer Daten nach Klasseneinteilung	117
4.2.4	Boxplots erstellen, interpretieren und vergleichen	121
4.2.5	Ein Ausblick auf die Explorative Datenanalyse	128
4.3	Modellieren mehrstufiger Vorgänge mit Baumdiagrammen	130
4.3.1	Analysieren der Struktur mehrstufiger Vorgänge	131
4.3.2	Berechnen von Wahrscheinlichkeiten mit den Pfadregeln	134
4.3.3	Zur Rolle des Laplace-Modells bei mehrstufigen Vorgängen	144
5	Stochastikunterricht in den Jahrgangsstufen 9 und 10	151
5.1	Manipulationen bei der Darstellung von Daten	152
5.2	Häufigkeitsverteilungen untersuchen	161
5.3	Simulieren stochastischer Vorgänge	168
5.4	Berechnen und Interpretieren von Erwartungswerten	180
5.5	Statistische Abhängigkeit und bedingte Wahrscheinlichkeit	190
5.5.1	Statistische Abhängigkeiten mit Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen untersuchen	190
5.5.2	Bedingte Wahrscheinlichkeit	200
5.6	Zusammenhänge bivariater metrischer Daten	209
6	Aspekte grundlegender Begriffe, Methoden und Betrachtungsweisen	217
6.1	Prozessbetrachtung stochastischer Situationen	217
6.1.1	Verwendung der Wörter „Zufall“ und „zufällig“	217
6.1.2	Aspekte der Prozessbetrachtung	222
6.2	Begriffe und grafische Darstellungen der Beschreibenden Statistik	225
6.2.1	Grundbegriffe	226
6.2.2	Grafische Darstellungen von Daten	228
6.3	Aspekte des Wahrscheinlichkeitsbegriffs	233
6.3.1	Objektive und subjektive Wahrscheinlichkeit aus Sicht der Prozessbetrachtung	235
6.3.2	Ermitteln von Wahrscheinlichkeiten	238
6.3.3	Qualitative Angabe von Wahrscheinlichkeiten	242
6.3.4	Angabe von Wahrscheinlichkeiten durch Chancen	244
6.3.5	Interpretieren von Wahrscheinlichkeiten	245

6.4	Die Begriffe Ergebnis, Ereignis und Gegenereignis	247
6.5	Bedingte Wahrscheinlichkeit	251
Anhang	259
Literatur	267
Sachverzeichnis	277

Die Stellung des Stochastikunterrichts in der Schule hat sich in den letzten Jahren erheblich verändert. Elemente der Stochastik sind in den Bildungsstandards aller Schulstufen und Lehrplänen aller Bundesländer enthalten und haben als eigenständiges Unterrichtsgebiet einen höheren Stellenwert bekommen. Dies entspricht der Bedeutung, die eine stochastische Grundbildung im Leben eines jeden Bürgers spielt.

Wir legen in diesem Kapitel unsere Auffassungen zur Stochastik als Zusammenfassung von Wissenschaftsdisziplinen und zum Gegenstand eines allgemeinbildenden Stochastikunterrichts dar, der die Förderung stochastischer Grundbildung in der Sekundarstufe I bei allen Schülern zum Ziel hat. Dafür ist nicht nur eine zweckmäßige Auswahl der Lehrinhalte notwendig, sondern auch eine auf dieses Ziel hin ausgerichtete Unterrichtsgestaltung. So weisen die Gegenstände von Stochastikunterricht unserer Auffassung nach spezifische Besonderheiten auf, die ihn von dem übrigen Mathematikunterricht unterscheiden. Da diese Besonderheiten einen großen Einfluss auf die von uns in den Kap. 3 bis 6 unterbreiteten Vorschläge zur Planung und Durchführung von Stochastikunterricht in der Sekundarstufe I haben, werden wir sie im Abschn. 1.2 in Form von didaktischen Orientierungen skizzieren.

1.1 Bedeutung und Gegenstand des Stochastikunterrichts

Wir werden in unserem persönlichen, beruflichen und gesellschaftlichen Leben fast täglich mit Daten und Wahrscheinlichkeitsaussagen konfrontiert: „Immer mehr Entscheidungen und Vorhersagen beruhen auf der Analyse statistischer Daten, die Gefahr von Fehlinterpretationen und Missbrauch von Daten nimmt zu. Der Einsatz stochastischer Modelle zum Treffen von Entscheidungen in Situationen der Ungewissheit gewinnt an Bedeutung.“ (Arbeitskreis Stochastik der GDM 2003, S. 21).

Allgemeinbildender Stochastikunterricht soll möglichst alle Schüler am Ende der Sekundarstufe I dazu befähigen, den oben genannten Anforderungen gerecht zu werden.

Wir verwenden in diesem Zusammenhang bewusst den Begriff der stochastischen Grundbildung und nicht den enger gefassten Kompetenzbegriff. Auf der einen Seite greifen wir damit die Diskussionen um *statistical literacy*¹ auf, die seit einigen Jahren im englischsprachigen Raum geführt werden (vgl. Gal 2002; Watson und Callingham 2003). In Anlehnung an Gals Charakterisierung von *statistical literacy* verstehen wir unter stochastischer Grundbildung die Fähigkeit zur Interpretation und kritischen Bewertung stochastischer Informationen, Argumentationen und Schlussfolgerungen sowie zur Modellierung stochastischer Phänomene in verschiedenen Kontexten. Dabei beziehen wir bewusst stochastische Situationen mit ein, die mithilfe von Daten und/oder Wahrscheinlichkeitsmodellen beschrieben werden. Zum anderen wollen wir mit unserer Schwerpunktsetzung auf stochastische Grundbildung aus fachdidaktischer Perspektive erfassen, welchen Beitrag Stochastikunterricht zur Allgemeinbildung von Schülern in der Sekundarstufe I leisten kann. Schupp hat in einer bildungstheoretisch fundierten Analyse der Ziele, Inhalte und zentralen Ideen von Stochastikunterricht nachgewiesen, dass dessen Beitrag für den Allgemeinbildungsauftrag der Schule insgesamt und des Mathematikunterrichts im Besonderen unverzichtbar ist (Schupp 2004). Für die Sekundarstufe I stellt er die Bewältigung stochastischer Situationen durch Befähigung zu rationalem Verhalten und sinnvollem Handeln in den Vordergrund (Schupp 1982). Insbesondere kann Stochastikunterricht einen spezifischen Beitrag leisten, Fähigkeiten und Einstellungen zum mathematischen Modellieren in realen, bedeutsamen Sachkontexten auszubilden. Im Zuge der Ausweitung des schulischen Stochastikunterrichts in den beiden Sekundarstufen während der 1980er Jahre haben sich Mathematiker und Mathematikdidaktiker mit der Rechtfertigung von Teilgebieten der Stochastik für den Mathematikunterricht befasst. Dabei stand die Auseinandersetzung mit der Rolle der Beschreibenden Statistik im Fokus des Interesses (Winter 1981; Schupp 1984; Borovcnik 1986, 1987).

Hinter der Bezeichnung „Stochastik“² verbirgt sich eine Zusammenfassung unterschiedlicher Teildisziplinen. Wir verstehen in diesem Buch unter „Stochastik“ eine Sammelbezeichnung für folgende einzelne Disziplinen mit unterschiedlichen historischen Wurzeln und teilweise unterschiedlichen Begriffssystemen:

- Mit einer über 2000-jährigen Geschichte ist die Beschreibende (Deskriptive) Statistik die mit Abstand älteste Disziplin, die wir zur Stochastik zählen. Ihre Anfänge liegen in den Volkszählungen im Römischen Reich und sie ist heute sogar in staatlichen Behörden, den statistischen Ämtern, institutionalisiert.
- In den 70er Jahren des 20. Jahrhunderts hat sich in Ausweitung der Methoden und Verfahren der Beschreibenden Statistik als neue Richtung in dieser Disziplin die so-

¹ Einen internationalen Vergleich verschiedener *Literacy*-Konzepte im englischsprachigen Raum findet man bei Ullmann (2012a). Er spricht sogar von der Notwendigkeit, zwischen einer *mathematical literacy*, einer *quantitative literacy* und *critical literacy* zu unterscheiden.

² Im englischen Sprachraum wird für diesen Bildungsbereich meist die Bezeichnung *statistics* (Statistik) verwendet, womit bereits eine andere Grundorientierung zum Ausdruck kommt, die stärker das Arbeiten mit Daten betont.

genannte Explorative Datenanalyse (EDA), beginnend in den USA, entwickelt (Tukey 1977). In erstaunlich kurzer Zeit haben ihre Betrachtungsweisen und Methoden auch im deutschsprachigen Raum Eingang in den Mathematikunterricht gefunden (z. B. Biehler 1982; Borovcnik und Ossimitz 1987).

- Die Anfänge der Wahrscheinlichkeitsrechnung liegen im 17. Jahrhundert. Sie wurde zunächst als eine sogenannte gemischte Mathematik aufgefasst, d. h. als eine Wissenschaft, die analog etwa zur Optik oder Akustik nicht von ihren Anwendungen zu trennen ist. Erst in den 30er Jahren des 20. Jahrhunderts gelang es, die Wahrscheinlichkeitsrechnung axiomatisch zu fundieren und damit losgelöst von konkreten Objekten und realen Vorgängen als ein Teilgebiet der Mathematik aufzubauen.
- Bereits zu Beginn des 20. Jahrhunderts bildete sich, beginnend in den USA und England, als eine Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die Auswertung von Daten die Mathematische (Beurteilende, Schließende, Induktive) Statistik (Inferenzstatistik) heraus, die aus zahlreichen Teilgebieten besteht und ein großes Anwendungsgebiet in vielen Bereichen hat.

Manche Autoren im deutschsprachigen Raum fassen den Begriff „Stochastik“ enger. So stellen Fahrmeir et al. (2007) fest, dass die Deskriptive Statistik und die Explorative Datenanalyse keine Stochastik verwenden. In der Monografie „Didaktik der Stochastik“ von Kütting (1994b) treten keine Elemente der Beschreibenden Statistik auf. Stochastik wird oft noch immer als eine Zusammenfassung von Wahrscheinlichkeitsrechnung und Mathematischer Statistik verstanden (Büchter und Henn 2007; Müller 1991) oder von Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik (Henze 2004; Wolpers 2002), wobei die Statistik in die Beschreibende und Beurteilende Statistik eingeteilt wird. Es gibt aber auch Autoren, deren Auffassung von Stochastik unserem Verständnis entspricht, wie z. B. Borovcnik (1986) oder Sachs (2006, S. 26), der zusätzlich noch Spezialgebiete wie Stichprobentheorie oder Spieltheorie anführt. In diesen unterschiedlichen Auffassungen zum Gegenstand von Stochastik spiegeln sich verschiedene Sichtweisen vom Inhalt und Umfang stochastischer Situationen wider, worauf wir ausführlicher in Abschn. 2.1 eingehen werden.

Zur Einordnung der Kombinatorik in die Stochastik gibt es ebenso unterschiedliche Auffassungen. Wir schließen uns den Standpunkten des Arbeitskreises Stochastik der GDM in seinen Empfehlungen zum Stochastikunterricht an (Arbeitskreis Stochastik der GDM 2003, S. 22) und zählen die Kombinatorik nicht zum Aufgabenfeld der Stochastik. Dies entspricht auch den aktuellen Bildungsstandards für die Primarstufe, den mittleren Schulabschluss und den Hauptschulabschluss, in denen das Lösen kombinatorischer Aufgaben nicht in der Leitidee „Daten und Zufall“ enthalten ist, sondern (wenn überhaupt) in die Leitidee „Zahl“ eingeordnet wird. Dies schließt nicht aus, dass Mittel und Methoden der Kombinatorik in der Wahrscheinlichkeitsrechnung verwendet werden.

Für die Sekundarstufe I halten wir die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Beschreibende Statistik für die beiden wesentlichen Teilgebiete zur Vermittlung einer stochastischen Grundbildung. Dabei stellt sich die Frage nach dem Verhältnis der verschiedenen Teilge-

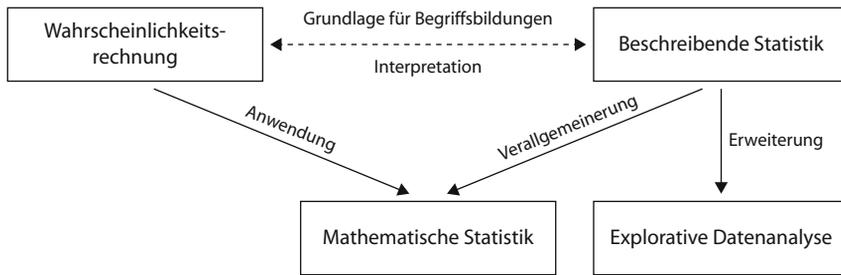


Abb. 1.1 Teilgebiete der Stochastik

biete von Stochastik untereinander (s. Abb. 1.1). Im weiteren Verlauf des Buches werden wir an passenden Stellen konkretisieren, inwiefern die Beschreibende Statistik Begriffsbildungen in der Wahrscheinlichkeitsrechnung wie etwa den Wahrscheinlichkeitsbegriff, die Wahrscheinlichkeitsverteilung, die Zufallsgröße oder den Erwartungswert vorbereitet. Umgekehrt lassen sich diese Grundbegriffe aus statistischer Perspektive durch Betrachtung von Häufigkeiten deuten. Jedoch kommt der Beschreibenden Statistik nicht nur eine dienende Funktion zu. Mit ihrer Erweiterung zur Explorativen Datenanalyse hat die Förderung von Datenkompetenz heute und auch zukünftig ein eigenständiges Gewicht erhalten. Grundkenntnisse im Umgang mit Massendaten zu bekommen und die Fähigkeit, auf Daten basierende Entscheidungen treffen und begründen zu können, gehört zu den Bildungsaufgaben eines modernen Mathematikunterrichts (Arbeitskreis Stochastik der GDM 2003, S. 21).

Eine Analyse aller Lehrpläne und Rahmenrichtlinien der Bundesländer für die verschiedenen Schularten der Sekundarstufe I, die der Arbeitskreis Stochastik im Jahre 2000 durchgeführt hat, zeigte ein uneinheitliches Bild der Aufnahme von Teilgebieten der Stochastik. Nur in wenigen Bundesländern waren zumindest für einige Schularten Themen aus allen Teilgebieten vorgesehen. Eine Ausnahme bildete die Mathematische Statistik, deren Inhalte in der Regel erst Gegenstand der Sekundarstufe II sind. In fünf Bundesländern waren in den Lehrplänen für einige (teils sogar alle Schularten) außer der Arbeit mit Tabellen und Diagrammen keine weiteren Elemente der Stochastik enthalten. Diese Situation hatte sich auch 2006 noch nicht grundlegend geändert (Kaun 2006).

Mit den Beschlüssen der Kultusministerkonferenz zu Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss (KMK 04.12.2003), Bildungsstandards für die Primarstufe (KMK 15.10.2004a) und für den Hauptschulabschluss (KMK 15.10.2004b) gibt es nun verbindliche zentrale Vereinbarungen zur Aufnahme von Elementen der Stochastik in alle Lehrpläne der Sekundarstufe I. Als eine von fünf Leitideen enthalten alle Bildungsstandards die Leitidee „Daten und Zufall“³. Heute findet man zwar in allen Lehrplänen der Bundesländer für verschiedene Schularten mehr oder weniger umfangreiche und explizite Angaben

³ In den Bildungsstandards für die Primarstufe wird diese Leitidee mit „Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit“ bezeichnet.