

Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und  
Erforschung des Mathematikunterrichts

RESEARCH

Lena Wessel

# Fach- und sprachintegrierte Förderung durch Darstellungs- vernetzung und Scaffolding

Ein Entwicklungsforschungsprojekt  
zum Anteilbegriff



 Springer Spektrum

Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und  
Erforschung des Mathematikunterrichts

RESEARCH

Lena Wessel

# Fach- und sprachintegrierte Förderung durch Darstellungs- vernetzung und Scaffolding

Ein Entwicklungsforschungsprojekt  
zum Anteilbegriff



Springer Spektrum

---

# **Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematik- unterrichts**

**Band 19**

**Herausgegeben von**

S. Hußmann,

M. Nührenbörger,

S. Prediger,

C. Selter,

Dortmund, Deutschland

Eines der zentralen Anliegen der Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts stellt die Verbindung von konstruktiven Entwicklungsarbeiten und rekonstruktiven empirischen Analysen der Besonderheiten, Voraussetzungen und Strukturen von Lehr- und Lernprozessen dar. Dieses Wechselspiel findet Ausdruck in der sorgsamem Konzeption von mathematischen Aufgabenformaten und Unterrichtsszenarien und der genauen Analyse dadurch initiiert Lernprozesse.

Die Reihe „Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts“ trägt dazu bei, ausgewählte Themen und Charakteristika des Lehrens und Lernens von Mathematik – von der Kita bis zur Hochschule – unter theoretisch vielfältigen Perspektiven besser zu verstehen.

**Herausgegeben von**

Prof. Dr. Stephan Hußmann,

Prof. Dr. Marcus Nührenbörger,

Prof. Dr. Susanne Prediger,

Prof. Dr. Christoph Selter,

Technische Universität Dortmund, Deutschland

---

Lena Wessel

# Fach- und sprachintegrierte Förderung durch Darstellungs- vernetzung und Scaffolding

Ein Entwicklungsforschungsprojekt  
zum Anteilbegriff

Lena Wessel  
Fakultät für Mathematik  
Technische Universität Dortmund  
Dortmund, Deutschland

Dissertation Technische Universität Dortmund, 2014

Tag der Disputation: 20.01.2014

Erstgutachterin: Prof. Dr. Susanne Prediger  
Zweitgutachter: Prof. Dr. Andreas Büchter

ISBN 978-3-658-07062-5

ISBN 978-3-658-07063-2 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-658-07063-2

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2015

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Spektrum ist eine Marke von Springer DE.

Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.

[www.springer-spektrum.de](http://www.springer-spektrum.de)

## Geleitwort

Ein immer größerer Anteil von Schülerinnen und Schülern im deutschen Mathematikunterricht ist mehrsprachig und lernt Mathematik nicht in ihrer Erstsprache. Auch unter den einsprachigen Lernenden häufen sich Schwierigkeiten mit der deutschen Bildungssprache. Ohne Bildungssprache ist jedoch der Verstehensaufbau gefährdet, daher ist ein deutlicher Leistungsrückstand sprachlich schwacher Lernender auch in dem angeblich spracharmen Fach Mathematik festzustellen. Aufgrund dieser Situation ist die Frage bildungspolitisch vordringlich, wie sprachlich schwache Lernende im Mathematikunterricht sowohl in ihrem mathematischen Verständnis als auch in ihrer Sprachkompetenz so gefördert werden können, dass sie eine Chance erhalten, Leistungsrückstände aufzuholen. Dieser ebenso wichtigen wie hochaktuellen Frage geht die vorliegende Dissertation für den exemplarischen Gegenstandsbereich des Anteilbegriffs nach.

Da bislang wenig empirische Erkenntnisse darüber vorliegen, welche Sprachmittel wirklich in Vorstellungsentwicklungsprozessen gebraucht werden und wie diese integriert gefördert werden können, hat die Dissertation sowohl inhaltlich als auch forschungsmethodisch Neuland betreten und das Thema mit innovativen und komplexen Herangehensweisen bearbeitet. Entstanden sind dabei nicht nur ein überzeugend entwickeltes und als lernwirksam evaluiertes Förderkonzept zu Brüchen als Anteile, Brüche ordnen und Gleichwertigkeit von Brüchen für schwache Lernende der Klasse 7, sondern auch tiefgehende empirische Einsichten in die initiierten Lernprozesse, genauer zu Verläufen und Hürden, Wirkungen und Gelingensbedingungen einer fach- und sprachintegrierten Förderung. Erzielt wurden diese Ergebnisse in einer Studie im Forschungsprogramm der Fachdidaktischen Entwicklungsforschung, die methodisch und theoretisch breit angelegt ist, empirisch tiefgehend analysiert und dabei mit einer hohen Synthesekraft viele unterschiedliche Facetten sehr überzeugend und substanzreich verbindet.

**In Teil I** der Arbeit werden die theoretischen und konzeptionellen Grundlagen vorgestellt: Zunächst werden die empirischen und theoretischen Ausgangspunkte diskutiert, und zwar zur Sprachkompetenz als Bedingung für Erfolg im Mathematikunterricht und zur Rolle der Sprache im verstehensorientierten Mathematikunterricht. In diesem Kapitel wird in zweckmäßiger Zusammenstellung des Literaturstands die Relevanz des Forschungs- und Erkenntnisinteresses begründet.

Eine wichtige konzeptionell-theoretische Arbeit bestand dabei darin, wesentliche Hintergründe für die Sprachförderung aus der Zweitspracherwerbsforschung und Sprachdidaktik aufzubereiten und mit mathematikdidaktischen Prinzipien in Verbindung zu setzen, denn aus diesen Fächern lassen sich wichtige

Ansätze übernehmen, wenn sie sauber auf Übertragbarkeit für den Mathematikunterricht geprüft sind. Zugespielt für die spätere Nutzung in der Studie werden leitende Design-Prinzipien zur Output-Hypothese, zum Scaffolding und zur Darstellungsvernetzung. Insgesamt gelingt es so, in einem gut vernetzten und schrittweise strukturierten Theorieaufbau die relevante Literatur zum Thema aufzuarbeiten, substantiell weiterzuentwickeln und für die Entwicklungsarbeit und die Empirie als instruktiven Rahmen zur Verfügung zu stellen. Der Teil fasziniert durch ein hohes Maß an argumentativer Durchdringung und Vernetzung.

**In Teil II**, dem Entwicklungsteil der Arbeit, werden diese empirischen und theoretischen Ausgangspunkte und die herausgearbeiteten Design-Prinzipien genutzt, um ein Förderkonzept zu designen und theoretisch abzusichern. Zur Einordnung dieser Entwicklungsaspekte werden zunächst die Methodologie und das Forschungsdesign des Gesamtprojekts vorgestellt und dabei insbesondere das Forschungsprogramm der Fachdidaktischen Entwicklungsforschung erläutert. Dann erfolgt die Konkretisierung der fach- und sprachintegrierten Prinzipien am Beispiel „Anteile verstehen und vergleichen“. Zwar konnte die Arbeit sehr gut auf bestehende Förderkonzepte zu Bruch-Vorstellungen aufbauen, die sprachdidaktische Seite stellte jedoch eine Neuentwicklung da. Das entwickelte Förderkonzept samt der ausdifferenzierten Design-Prinzipien stellt für sich bereits ein zentrales Ergebnis dieser Arbeit dar, das eine hohe Bedeutsamkeit für die Praxis hat. Auch wenn die konkreten Fördermaterialien weiter entwickelt werden müssen, erweisen sich die Design-Prinzipien als hoch instruktiv.

Die Wirksamkeit des Förderkonzepts wird im **empirisch quantitativen Teil III** der Arbeit in einem Prä-Post-Interventions-Kontrollgruppendesign beforscht. Aufgezeigt wird die Wirksamkeit des Förderkonzepts, das trotz einer nur kurzen Förderdauer von neun Stunden (6 Mal 1,5 Std) erstaunlich hohe Effekte zeigt mit signifikanten Differenzen zwischen Interventions- und Kontrollgruppe. Die quantitativen Daten geben außerdem einen stabilen Rahmen für alle Auswahlentscheidungen für die qualitativen Fallstudien, sowohl bzgl. der genauer untersuchten Förderaufgaben als auch bzgl. der Fokuskinder, ein solch begründetes Sampling ist für qualitative Forschungsprozesse eine spezifische Stärke des Mixed-Methods Designs. Umgekehrt werfen die nachgewiesenen Effekte viele Fragen über die Wirkmechanismen auf, die nur durch qualitative Tiefenanalysen zu klären sind.

**In Teil IV**, dem qualitativen Teil der Studie, wird die nachgewiesenermaßen wirksame Förderung nun genauer bzgl. der prozessbezogenen Wirkungen analysiert. Dazu wurden die Pilotierungen des Förderkonzepts und die Interventionsstudien-Förderungen als Design-Experimente konstruiert, videographiert und qualitativ analysiert, und zwar einmal bzgl. der individuellen fachlichen und sprachlichen Lernstände, Lernverläufe und Hürden, und dann mit Fokus auf die situativ prozessbezogenen Wirkungen zentraler (Design-)Prinzipien. Die sorgfältigen und tiefgehenden Analysen resultieren in höchst interessanten empiri-

schen Ergebnissen mit fundamentalen Einsichten und substantiellen und kreativen Beiträgen zur lokalen Theorie des Lehrens und Lernens in fach- und sprachintegrierten Prozessen.

Insgesamt ergibt sich damit ein sehr einsichtsvolles und abgerundetes Bild eines komplexen Förderkonzepts und seiner Wirkungen, die weit über die Bruchrechnung, auch über die Mathematik hinausweisen auf Sprachförderung im Fachunterricht im Allgemeinen. Die ausdifferenzierten Design-Prinzipien und die empirischen Einsichten in die durch sie initiierten Prozesse sind von hoher Relevanz für die weitere Forschung und Entwicklung zur Sprachförderung im Fachunterricht. Der Arbeit wünsche ich daher viele Leserinnen und Leser.



Susanne Prediger

# Danksagung

Mit der Fertigstellung einer Arbeit wie dieser ist der Zeitpunkt gekommen, auf den Entwicklungs- und Entstehungsprozess zurückzublicken und den daran beteiligten Personen für ihre Unterstützung zu danken.

Ganz besonderer Dank gilt an erster Stelle Prof. Dr. Susanne Prediger, die mir während der gesamten Zeit am IEEM und auch darüber hinaus immer zur Seite stand. Ihr enormes Fachwissen in Kombination mit ihrem Interesse an und Engagement für mein Dissertationsprojekt waren die wichtigsten Unterstützungsfaktoren bei der erfolgreichen Fertigstellung der Arbeit. Die produktive Zusammenarbeit mit ihr hat nicht nur meine wissenschaftliche, sondern auch meine persönliche Entwicklung im Laufe der Jahre geprägt.

Ich danke zudem Prof. Dr. Andreas Büchter, der mir stets gewinnbringende Rückmeldungen und Ratschläge gegeben hat. Ich danke ihm für seine Hilfsbereitschaft, für sein großes Engagement und seine Ideen, mit denen er meine Arbeit bereichert hat.

Ebenso möchte ich mich bei den Kolleginnen und Kollegen am IEEM, insbesondere bei den Mitgliedern der Arbeitsgruppe Hußmann/Prediger, für die konstruktiven Rückmeldungen zu meiner Forschungsarbeit – ob nach Vorträgen in AG-Sitzungen und Doktorandenseminaren oder einfach im Gespräch im Büro oder auf dem Flur – bedanken. Besonders Dr. Andrea Schink, Dr. Susanne Schnell, Nadine Krägeloh und Birte Pöhler haben über die Jahre hinweg immer wieder mitgedacht, Teile der Arbeit gelesen und ihre Ideen eingebracht, wofür ich mich herzlich bedanken möchte.

Aus dem interdisziplinären MuM-Projekt, in dessen Forschungskontext die vorliegende Arbeit entstanden ist, sind Kristine Tschierschky und Dr. Bettina Seipp hervorzuheben. Auch euch danke ich für die schöne Zusammenarbeit und eure Unterstützung.

Ein besonderer Dank gilt zudem dem gesamten, über die Jahre hinweg mit großer Zuverlässigkeit arbeitenden Team aus studentischen Hilfskräften (insbesondere Nadine Krägeloh und Madita Schröder), ohne die eine solch groß angelegte empirische Studie nicht möglich gewesen wäre. Ebenfalls unmöglich wäre eine solche Studie ohne die vielen beteiligten Schüler und Schülerinnen sowie Lehrer und Lehrerinnen, denen an dieser Stelle ebenfalls mein herzlicher Dank für ihr Engagement gilt.

Schließlich möchte ich mich bei meinen Eltern, meiner Familie, meinem Freund und meinen guten Freunden für eure Motivation und Unterstützung einerseits sowie für eure Geduld, euer Verständnis und die gemeinsamen schönen Momente der Abwechslung, wovon ihr in anstrengenden Zeiten genau das richtige Quäntchen zum Kraft schöpfen auf- und eingebracht habt, bedanken. Ich konnte immer auf euch zählen – vielen Dank dafür!

Lena Wessel

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b> .....	1
<b>I Grundlagen</b> .....	7
<b>1 Empirische und theoretische Ausgangspunkte</b> .....	7
1.1 Sprachkompetenz als Bedingung für Erfolg im deutschen Mathematikunterricht.....	7
1.2 Zur Rolle der Sprache in einem verstehensorientierten Mathematikunterricht.....	10
1.2.1 Grundprinzipien eines verstehensorientierten Mathematikunterrichts .....	11
1.2.2 Funktionen und Rollen von Sprache beim Mathematiklernen .....	16
1.2.3 Bildungssprache im Gefüge Alltags-, Bildungs- und Fachsprache .....	23
1.3 Zusammenfassung und Konsequenzen .....	27
<b>2 Ausgewählte Ansätze zur Sprachförderung im Fach</b> .....	29
2.1 Überblick .....	30
2.1.1 Ganzheitliche Ansätze zur Sprachförderung im Fach .....	30
2.1.2 Fokussierte Ansätze zur Sprachförderung im Fach.....	34
2.2 Hintergründe für die Sprachförderung aus Zweitspracherwerbsforschung und Sprachdidaktik .....	36
2.2.1 Zweitspracherwerbshypothese Pushed Output.....	37
2.2.2 Scaffolding.....	45
2.2.3 Formulierung von Design-Prinzipien und offenen Fragen.....	60
2.3 Darstellungsvernetzung als didaktisches Prinzip zur Gestaltung des fach- und sprachintegrierten Ansatzes .....	62
2.3.1 Darstellungsvernetzung aus lernpsychologischer und mathematikdidaktischer Perspektive.....	62
2.3.2 Verfeinerung des Modells in sprachlicher Hinsicht .....	73
2.3.3 Modell der fach- und sprachintegrierten Förderung durch Darstellungsvernetzung.....	78
2.3.4 Formulierung von Design-Prinzipien und offenen Fragen.....	81
2.4 Zusammenfassung der Design-Prinzipien und offenen Fragen.....	82
2.5 Übergreifende Fragestellungen und Vorschau auf das Untersuchungsdesign .....	84

<b>II</b>	<b>Entwicklungsteil der Arbeit</b> .....	87
<b>3</b>	<b>Methodologie und Design des Gesamtprojekts</b> .....	87
3.1	Forschungsprogramm der Fachdidaktischen Entwicklungsforschung.....	87
3.2	Überblick zum Design des Promotionsprojekts .....	91
3.2.1	Einbettung in das übergreifende Entwicklungsforschungsprojekt.....	91
3.2.2	Zeitlicher Ablauf und fokussierte Phasen .....	91
3.2.3	Mixed-Methods Design für den empirischen Teil des Projekts .....	92
<b>4</b>	<b>Konkretisierung der fach- und sprachintegrierten Prinzipien am Beispiel „Anteile verstehen und vergleichen“</b> .....	95
4.1	Forschungsstand zum konzeptuellen Verständnis von Brüchen.....	96
4.1.1	Mangelndes inhaltliches Verständnis von Anteilen und Brüchen.....	97
4.1.2	Zusammenhänge zwischen Vorstellungen und Sprache als mögliche Hürden für konzeptuelles Verständnis.....	99
4.2	Inhalte der Förderung.....	103
4.2.1	Überblick zu Inhalten sowie fachlichen und sprachlichen Lernzielen .....	103
4.2.2	Begründung der ausgewählten Vorstellungen und Darstellungen.....	108
4.3	Umsetzung der fach- und sprachintegrierten Prinzipien .....	116
4.3.1	Design-Prinzipien auf Planungsebene.....	117
4.3.2	Prinzipien auf Interaktionsebene.....	126
4.3.3	Aufbau einer typischen Förderstunde.....	133
4.4	Vernetzung der Prinzipien bei der Aufgabenkonstruktion .....	136
4.4.1	Überblick über Aufbau und Ziele des Lehr-Lernarrangements....	137
4.4.2	Vernetzung der Design-Prinzipien auf Planungsebene .....	141
<b>III</b>	<b>Empirisch quantitativer Teil der Arbeit</b> .....	147
<b>5</b>	<b>Forschungsfragen, Methodologie und Design der quantitativen Studie</b> .....	147
5.1	Forschungsfragen und Durchführung der quantitativen Studie..	147
5.2	Design und Instrumente der quantitativen Studie .....	149
5.2.1	Brüchetest zur Erhebung verstehensorientierter Leistung.....	150
5.2.2	C-Test zur Erhebung sprachlicher Voraussetzungen .....	155

5.2.3	Sprachbiographie .....	157
5.2.4	Bücheraufgabe zur Erhebung des sozioökonomischen Hintergrunds .....	158
5.3	Gesamtstichprobe und Stichprobenbildung .....	160
5.3.1	Beschreibung der Gesamtstichprobe.....	160
5.3.2	Kriterien zur Stichprobenbildung.....	162
5.4	Methoden zur Auswertung der quantitativen Daten.....	164
<b>6</b>	<b>Quantitative Ergebnisse zur Relevanz von Sprache und zu Effekten der Förderung .....</b>	<b>169</b>
6.1	Zur Relevanz sprachlicher und sozialer Faktoren in der Gesamtstichprobe.....	169
6.2	Ergebnisse zu Effekten der Förderung.....	174
6.2.1	Entwicklungen der verstehensorientierten Leistung .....	174
6.2.2	Entwicklungen der geförderte Inhalte.....	175
6.3	Vergleich einzelner Testitems und individueller Leistungen in der Experimentalgruppe.....	178
<b>IV</b>	<b>Empirisch qualitativer Teil der Arbeit.....</b>	<b>183</b>
<b>7</b>	<b>Forschungsfragen, Methodologie und Design der qualitativen Studie .....</b>	<b>183</b>
7.1	Forschungsfragen der qualitativen Studie .....	183
7.2	Designexperimente als zentrale Datenerhebungsmethode für Lernprozessforschung.....	187
7.3	Methoden zur Analyse der Designexperimente .....	190
7.3.1	Kriterien bei der Auswahl von Datenmaterial und Lernpaaren....	190
7.3.2	Vorgehen bei der qualitativen Analyse.....	194
7.4	Zusammenfassung und Ausblick .....	207
<b>8</b>	<b>Beschreibung individueller fachlicher und sprachlicher Lernstände, Lernverläufe und Hürden .....</b>	<b>209</b>
8.1	Fallbeispiel Learta und Ismet.....	210
8.1.1	Learta und Ismet: Individuelle Lernstände, Verläufe und Hürden auf Vorstellungsebene .....	215
8.1.2	Learta und Ismet: Individuelle sprachliche Lernstände, Verläufe und Hürden.....	230
8.2	Fallbeispiel Nadja und Sitta .....	240
8.2.1	Nadja und Sitta: Individuelle Lernstände, Verläufe und Hürden auf Vorstellungsebene .....	242

8.2.2	Nadja und Sitta: Individuelle sprachliche Lernstände, Verläufe und Hürden .....	246
8.3	Vergleich der Fokuspaae und Einblick in weitere Prozesse .....	257
8.3.1	Fach- und sprachintegrierte Kontrastierung der beiden Fokuspaae .....	257
8.3.2	Weitere beobachtete Vorstellungen .....	261
8.3.3	Weitere beobachtete sprachliche Mittel, Satzstrukturen und Hürden .....	263
8.4	Zusammenfassende Phänomene und Ausblick .....	266
<b>9</b>	<b>Situative prozessbezogene Wirkungen zentraler (Design-)Prinzipien .....</b>	<b>269</b>
9.1	Design-Prinzip „Reichhaltige Kommunikationsanlässe zum Vorstellungsaufbau schaffen“ .....	272
9.1.1	Initiierung reichhaltiger Sprachproduktion als situative Wirkung des Beschreibens operativer Variationen.....	273
9.1.2	Situative Wirkungen der Sprachproduktion im Lehr-Lernprozess .....	281
9.1.3	Rekonstruierte Bedingungen für das Design-Prinzip „Reichhaltige Kommunikationsanlässe zum Vorstellungsaufbau schaffen durch operatives Variieren“ .....	290
9.1.4	Zusammenfassung der situativen Wirkungen und Konsequenzen zur Weiterentwicklung der Förderung .....	293
9.2	Design-Prinzipien „Sukzessive Sequenzierung“ und „Darstellungsvernetzung“ .....	295
9.2.1	Potential sukzessiver Sequenzierung: Fallbeispiel Asim und Hadar.....	295
9.2.2	Kontrastierung mit weiteren Lernpaaren .....	300
9.2.3	Zusammenhänge und Bedingungen für die Design-Prinzipien „Sukzessive Sequenzierung“ und „Darstellungsvernetzung“ .....	308
9.2.4	Zusammenfassung der situativen Wirkungen und Konsequenzen zur Weiterentwicklung der Förderung .....	310
9.3	Erfahrungen zum Design-Prinzip „Bereitstellung sprachlicher Mittel als Gerüst“ .....	312
9.3.1	Sprachliche Gerüste durch Wörterliste und Aufgabentexte .....	312
9.3.2	Sicherung sprachlicher Mittel .....	318

---

9.3.3	Rekonstruierte Bedingungen für das Design-Prinzip „Bereitstellung sprachlicher Mittel als Gerüst“ .....	320
9.3.4	Zusammenfassung der situativen Wirkungen und Konsequenzen zur Weiterentwicklung der Förderung .....	324
9.4	Ausschärfung der Wirkungen und Zusammenhänge für die Prinzipien des Mikro-Scaffoldings in der Interaktion .....	327
9.4.1	Umsetzung der Prinzipien des Mikro-Scaffoldings .....	327
9.4.2	Zusammenhänge zwischen Design-Prinzipien und Prinzipien des Mikro-Scaffoldings .....	331
<b>V Fazit</b>	.....	<b>335</b>
<b>10 Zusammenfassung und Ausblick</b>		<b>335</b>
10.1	Zusammenfassung theoretischer und empirischer Ergebnisse und Methodenreflexion .....	335
10.2	Implikationen für didaktische Forschung und Entwicklung sowie Unterrichtspraxis .....	344
10.3	Mögliche Anschlussfragen .....	348
<b>Literatur</b>	.....	<b>349</b>
<b>Transkriptionsregeln</b>	.....	<b>367</b>