

Was ist Analysis?

In diesem Kapitel ...

- ▶ Sie sind erst auf Seite 1 und schon müssen Sie sich einem Analysistest stellen
- ▶ Analysis – ein bisschen auffrisierte Mathematik
- ▶ Der Trick liegt im Vergrößern
- ▶ Die Welt vor und nach der Analysis

In diesem Kapitel beantworte ich Ihnen die Frage »Was ist Analysis?« in verständlicher Sprache und zeige Ihnen durch Beispiele aus der Praxis, wie die Analysis genutzt wird. Nachdem Sie dieses und die beiden folgenden kurzen Kapitel gelesen haben, werden Sie *verstehen*, worum es sich bei Analysis handelt. Aber zuerst machen wir es ganz anders: Sie werden erfahren, was Analysis nicht ist.

Was Analysis nicht ist

Das Unvermeidbare hinauszuzögern, ist wenig sinnvoll. Bereit für den ersten Analysistest? Antworten Sie mit *Richtig* oder *Falsch*!

Frage Wenn Sie nicht wirklich gerne einen Kopfschutz tragen, brauchen Sie sich gar nicht mit Analysis zu beschäftigen?

Frage Analysis gefährdet Ihre Gesundheit?

Frage Analysis ist längst überholt?

Falsch, falsch, falsch! Man erzählt sich heute noch über die Analysis, sie sei ein unheimlich schwieriges, unwahrscheinlich geheimnisvolles Thema, das kein Mensch, der noch halbwegs bei Verstand ist, lernen will – es sei denn, man braucht eine gute Note.

Und die Analysis ist keine tote Sprache wie Latein, die nur von Akademikern gesprochen wird. Es handelt sich dabei um die Sprache der Ingenieure, Natur- und Wirtschaftswissenschaftler – und ist damit vielleicht nicht Teil Ihres Alltagslebens und auch nicht unbedingt der Brüller auf Partys. Aber die Arbeit dieser Ingenieure, Natur- und Wirtschaftswissenschaftler hat einen wesentlichen Einfluss auf Ihr tägliches Leben – von Ihrer Mikrowelle, dem Handy, dem Fernsehgerät und dem Auto bis hin zu der Medizin, die Sie schlucken, den Leistungen der Wirtschaft und unserem Verteidigungssystem.

Was also ist Analysis?

Analysis ist im Grunde genommen eine Fortsetzung der Algebra und der Geometrie. In gewisser Hinsicht handelt es sich dabei nicht einmal um einen neuen Themenbereich – hier werden die bekannten Regeln der Algebra und Geometrie angewendet, wenn auch vielleicht etwas optimiert, um sie für komplexere Aufgabenstellungen zu verwenden.

Betrachten Sie jetzt Abbildung 1.1. Auf der linken Seite schiebt ein Mann eine Kiste eine gerade Steigung nach oben. Auf der rechten Seite schiebt der Mann dieselbe Kiste eine gekrümmte Steigung entlang. In beiden Situationen lautet die Frage, wie viel Energie erforderlich ist, um die Kiste ganz nach oben zu schieben. Für die rechte Seite brauchen Sie die Analysis (vorausgesetzt, Sie kennen keine Abkürzungen aus der Physik).

Für die gerade Steigung schiebt der Mann mit *unveränderter* Kraft und die Kiste wird entlang der Steigung mit *unveränderter* Geschwindigkeit bewegt. Mit ein paar Formeln aus der Physik und ganz normaler Mathematik (einschließlich Algebra und Trigonometrie) können Sie berechnen, wie viele Kalorien Energie erforderlich sind, um die Kiste die Steigung nach oben zu schieben. Beachten Sie, dass die in jeder Sekunde verbrauchte Energie gleich bleibt.

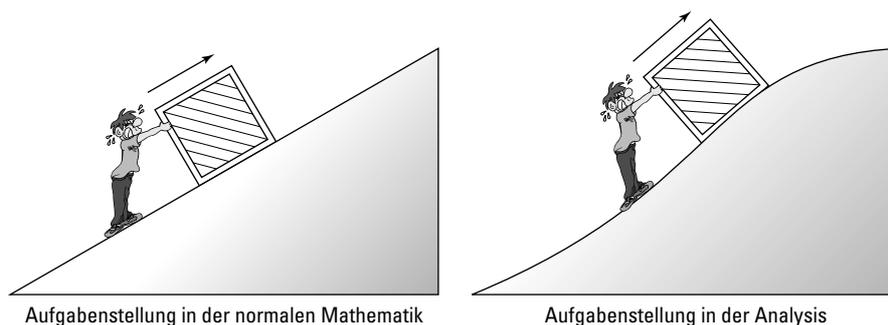
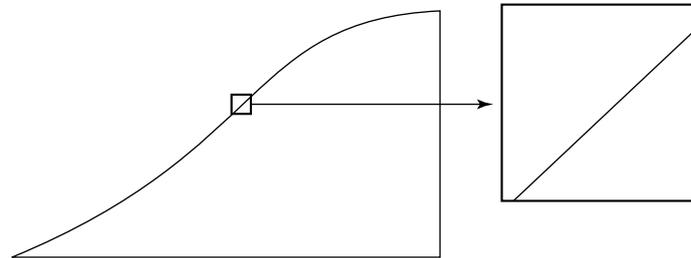


Abbildung 1.1: Der Unterschied zwischen normaler Mathematik und Analysis: die Kurve

Für die gekrümmte Steigung dagegen *ändern* sich die Dinge ständig. Die Steilheit der Steigung ändert sich – und zwar nicht nur so, dass eine Steilheit für die ersten 10 m und eine andere Steilheit für die nächsten 10 m gilt –, sie *ändert sich stetig*. Und der Mann schiebt mit einer sich ständig *ändernden* Kraft – je steiler die Steigung, desto schwerer ist es, zu schieben. Das Ergebnis ist, dass sich auch die Menge der verbrauchten Energie ständig *ändert*. Aus diesem Grund handelt es sich hier um eine Aufgabenstellung für die Analysis.

Für die Aufgabenstellung mit der gekrümmten Steigung bleiben die Formeln aus der Physik dieselben und die Algebra und die Trigonometrie, die Sie verwenden, bleiben ebenfalls gleich. Der Unterschied ist, dass Sie – im Gegensatz zu der Aufgabenstellung mit der geraden Steigung, wo Sie alles in einem einzigen Schritt berechnen können – die gekrümmte Steigung in kleine Abschnitte zerlegen und jeden Abschnitt separat berechnen müssen. Abbildung 1.2 zeigt einen kleinen Abschnitt der gekrümmten Steigung, der hier um ein Vielfaches vergrößert wurde.



Aufgabenstellung in der Analysis

Abbildung 1.2: Wenn man die Kurve ausreichend vergrößert, wird sie gerade (zumindest fast)

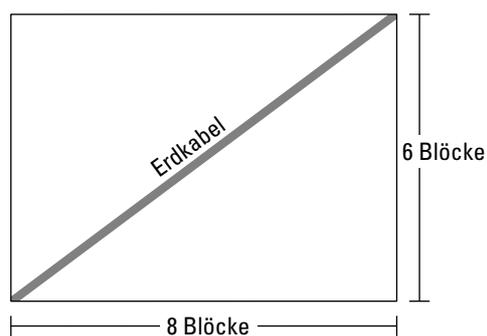
Wenn Sie weit genug vergrößern, wird der kleine Abschnitt der gekrümmten Steigung, den Sie dabei betrachten, praktisch gerade. Und weil er gerade ist, können Sie diesen kleinen Abschnitt wie eine gerade Steigung berechnen. Jeder dieser kleinen Abschnitte wird auf dieselbe Weise berechnet, und anschließend addieren Sie alle Ergebnisse.

Das ist die Analysis im Groben. Sie betrachtet Aufgabenstellungen, die mit der normalen Mathematik nicht gelöst werden können, weil sich die Gegebenheiten ständig ändern – die sich ändernden Mengen stellen sich im Graphen als Kurven dar. Die Analysis vergrößert die Kurve, bis sie schließlich gerade wird, und wendet dann die normale Mathematik zur Lösung der Aufgabe an.

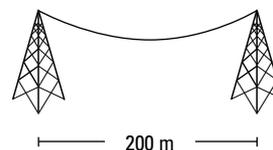
Beispiele für die Analysis aus der Praxis

Mit Hilfe der herkömmlichen Mathematik können Sie die Aufgabe mit der geraden Steigung lösen; mit Hilfe der Analysis können Sie die Aufgabenstellung mit der gekrümmten Steigung lösen. Nachfolgend zeige ich Ihnen noch ein paar weitere Beispiele.

Mit der herkömmlichen Mathematik können Sie die Länge eines Erdkabels berechnen, das diagonal von einer Ecke eines Grundstücks zur anderen Ecke verläuft. Mit Hilfe der Analysis



Aufgabenstellung für die normale Mathematik:
Wie lang ist das Kabel?



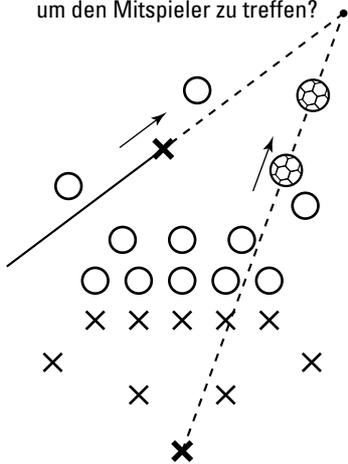
Aufgabenstellung für die Analysis:
Wie lang ist das Kabel?

Abbildung 1.3: Ohne und mit Analysis

können Sie die Länge eines Kabels berechnen, das zwischen zwei Türmen hängt und die Form einer *Seilkurve* hat (die sich übrigens von einem einfachen Bogen oder einer Parabel unterscheidet). Die Kenntnis der genauen Länge ist selbstverständlich wichtig für ein Energieversorgungsunternehmen, das Hunderte Kilometer neuer Elektrokabel verlegen muss. Sehen Sie sich dazu auch Abbildung 1.3 an.

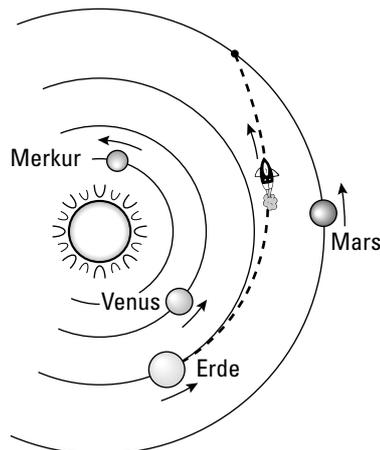
Mit der regulären Mathematik und ein bisschen einfacher Physik können Sie berechnen, um wie viel ein Mittelfeldspieler seinem Linksaußen voraus sein muss, um einen Pass spielen zu können. Beachten Sie, dass der Linksaußen in einer *geraden* Linie und bei *konstanter* Geschwindigkeit läuft. Als jedoch die NASA 1975 den »Vorlauf« für die Zielrichtung der Viking I auf den Mars berechnete, brauchte man dazu die Analysis, weil sich sowohl die Erde als auch der Mars in elliptischen Umlaufbahnen bewegen und sich die Geschwindigkeiten von beiden ständig ändern. Betrachten Sie dazu Abbildung 1.4.

Aufgabenstellung für die normale Mathematik:
Wie groß muss der Vorlauf sein, um den Mitspieler zu treffen?



Es ist kein Drama, wenn dieser Pass danebengeht.

Aufgabenstellung für die Analysis:
Wie groß ist der richtige »Vorlauf«, um den Mars zu »treffen«?



Und hier ist es sehr wohl ein Drama, wenn der »Pass« danebengeht.

Abbildung 1.4: v.A. und n.A. (vor Analysis und nach Analysis)