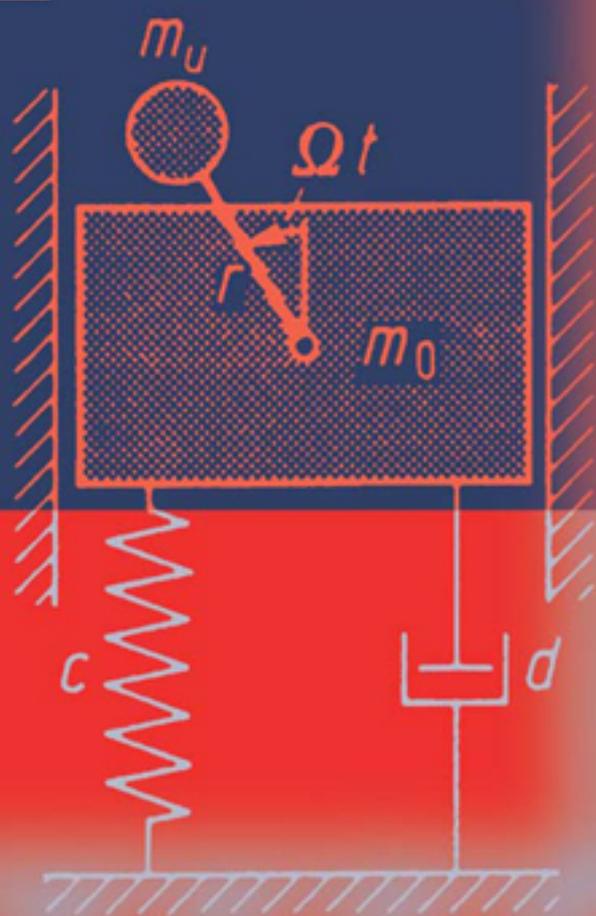


Gross · Hauger Schröder · Wall Technische Mechanik 3

Kinetik



extras
im Web
tm-tools.de

11. Auflage

 Springer



Prof. Dr.-Ing. Dietmar Gross

studierte Angewandte Mechanik und promovierte an der Universität Rostock. Er habilitierte an der Universität Stuttgart und ist seit 1976 Professor für Mechanik an der TU Darmstadt. Seine Arbeitsgebiete sind unter anderem die Festkörper- und Strukturmechanik sowie die Bruchmechanik. Hierbei ist er auch mit der Modellierung mikromechanischer Prozesse befasst. Er ist Mitherausgeber mehrerer internationaler Fachzeitschriften sowie Autor zahlreicher Lehr- und Fachbücher.



Prof. Dr. Werner Hauger

studierte Angewandte Mathematik und Mechanik an der Universität Karlsruhe und promovierte an der Northwestern University in Evanston/Illinois. Er war mehrere Jahre in der Industrie tätig, hatte eine Professur an der Helmut-Schmidt Universität in Hamburg und wurde 1978 an die TU Darmstadt berufen. Sein Arbeitsgebiet ist die Festkörpermechanik mit den Schwerpunkten Stabilitätstheorie, Plastodynamik und Biomechanik. Er ist Autor von Lehrbüchern und Mitherausgeber internationaler Fachzeitschriften.



Prof. Dr.-Ing. Jörg Schröder

studierte Bauingenieurwesen, promovierte an der Universität Hannover und habilitierte an der Universität Stuttgart. Nach einer Professur für Mechanik an der TU Darmstadt ist er seit 2001 Professor für Mechanik an der Universität Duisburg-Essen. Seine Arbeitsgebiete sind unter anderem die theoretische und die computerorientierte Kontinuumsmechanik sowie die phänomenologische Materialtheorie mit Schwerpunkten auf der Formulierung anisotroper Materialgleichungen und der Weiterentwicklung der Finite-Elemente-Methode.



Prof. Dr.-Ing. Wolfgang A. Wall

studierte Bauingenieurwesen an der Universität Innsbruck und promovierte an der Universität Stuttgart. Seit 2003 leitet er den Lehrstuhl für Numerische Mechanik an der Fakultät Maschinenwesen der TU München. Seine Arbeitsgebiete sind unter anderem die numerische Strömungs- und Strukturmechanik. Schwerpunkte dabei sind gekoppelte Mehrfeld- und Mehrskalprobleme mit Anwendungen, die sich von der Aeroelastik bis zur Biomechanik erstrecken.

Dietmar Gross • Werner Hauger
Jörg Schröder • Wolfgang A. Wall

Technische Mechanik

Band 3: Kinetik

11. neu bearbeitete Auflage

 Springer

Prof. Dr.-Ing. Dietmar Gross
Prof. Dr. Werner Hauger
Prof. Dr. rer.nat. Dr.-Ing. E.h. Walter Schnell †
Institut Mechanik
Technische Universität Darmstadt
Hochschulstraße 1
64289 Darmstadt

Prof. Dr.-Ing. Jörg Schröder
Institut Mechanik
Universität Duisburg-Essen
Campus Essen
Universitätsstraße 15
45117 Essen

Prof. Dr.-Ing. Wolfgang A. Wall
Lehrstuhl für Numerische Mechanik
Technische Universität München
Boltzmannstraße 15
85747 Garching

ISSN 0937-7433

ISBN 978-3-642-11263-8

e-ISBN 978-3-642-11264-5

DOI 10.1007/978-3-642-11264-5

Springer Heidelberg Dordrecht London New York

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1983, 1989, 1990, 1993, 1995, 1999, 2002, 2004, 2006, 2008, 2010

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Einbandentwurf: WMXDesign GmbH, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem Papier

Springer ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media (www.springer.com)

Vorwort

Die *Kinetik* setzt das mehrbändige Lehrbuch der Technischen Mechanik fort. Während in den ersten beiden Bänden – der *Statik* und der *Elastostatik* – ausschließlich statische Probleme behandelt werden, beschäftigt sich der vorliegende Band mit den *Bewegungen* von Körpern unter dem Einfluss von Kräften.

Das Buch ist aus Lehrveranstaltungen hervorgegangen, die von den Verfassern für Studierende aller Ingenieur-Fachrichtungen gehalten wurden. Sein Ziel ist es, an das Verstehen der wesentlichen Grundgesetze und Methoden der Mechanik heranzuführen. Dabei soll ein tragfähiges Fundament gelegt werden, das in den Ingenieurfächern genutzt werden kann und das ein tieferes Eindringen in weitergehende Gebiete der Mechanik ermöglicht. Der dargestellte Stoff orientiert sich im Umfang an den Mechanik-Kursen deutschsprachiger Hochschulen.

Die Erfahrung zeigt, dass die Kinetik sowohl an das mechanische Verständnis als auch an die mathematischen Kenntnisse höhere Anforderungen stellt als die Statik. Wir haben uns deshalb um eine ausführliche und möglichst einfache Darstellung bemüht und uns auf die notwendigen Grundlagen beschränkt. Zu einem echten Verständnis und zur Fähigkeit, die dargestellten Gesetzmäßigkeiten sachgerecht anzuwenden, kann der Leser allerdings nur dann gelangen, wenn er nicht nur die Theorie nachvollzieht, sondern auch selbständig Aufgaben löst. Die durchgerechneten Beispiele am Ende der Abschnitte sollen ihm hierfür eine Anleitung geben.

Die freundliche Aufnahme, welche dieses Buch gefunden hat, macht eine Neuauflage erforderlich. Wir haben sie genutzt, um eine Reihe von Verbesserungen und Ergänzungen vorzunehmen.

Herzlich gedankt sei an dieser Stelle Frau Veronika Jorisch, die mit großer Sorgfalt die Zeichnungen anfertigte, und Herrn Dr.-Ing. Holger Romanowski sowie Frau Dipl.-Ing. Vera Ebbing für ihre gewissenhaften Kontrollrechnungen der numerischen Beispiele in Kapitel 7. Unser Dank gilt auch Herrn Dipl.-Ing. Wolfgang Moritz Bloßfeld und Herrn Milan Pereira, B.E., welche die ersten TM-Tools für die Technische Mechanik 3 erstellt haben. Schließlich danken wir dem Springer-Verlag für das Eingehen auf unsere Wünsche und für die ansprechende Ausstattung des Buches.

Darmstadt, Essen und München, im Dezember 2009 D. Gross
W. Hauger
J. Schröder
W.A. Wall

Inhaltsverzeichnis

Einführung	1
1 Bewegung eines Massenpunktes	
1.1 Kinematik	5
1.1.1 Geschwindigkeit und Beschleunigung	5
1.1.2 Geschwindigkeit und Beschleunigung in kartesischen Koordinaten.....	7
1.1.3 Geradlinige Bewegung.....	7
1.1.4 Ebene Bewegung, Polarkoordinaten	23
1.1.5 Räumliche Bewegung, natürliche Koordinaten	30
1.2 Kinetik	36
1.2.1 Grundgesetze	36
1.2.2 Freie Bewegung, Wurf	38
1.2.3 Geführte Bewegung.....	43
1.2.4 Widerstandskräfte	46
1.2.5 Impulssatz, Stoß	53
1.2.6 Momentensatz.....	59
1.2.7 Arbeitssatz, potentielle Energie, Energiesatz	64
1.2.8 Gravitationsgesetz, Planeten- und Satellitenbewegung ..	73
1.3 Zusammenfassung	79
2 Kinetik eines Systems von Massenpunkten	
2.1 Grundlagen	83
2.2 Schwerpunktsatz	88
2.3 Momentensatz	91
2.4 Arbeitssatz und Energiesatz	95
2.5 Zentrischer Stoß	98
2.6 Körper mit veränderlicher Masse	109
2.7 Zusammenfassung	117
3 Bewegung eines starren Körpers	
3.1 Kinematik	121
3.1.1 Translation	121
3.1.2 Rotation	121
3.1.3 Allgemeine Bewegung.....	125

VIII

3.1.4	Momentanpol.....	133
3.2	Kinetik der Rotation um eine feste Achse.....	139
3.2.1	Momentensatz.....	139
3.2.2	Massenträgheitsmoment.....	140
3.2.3	Arbeit, Energie, Leistung.....	145
3.3	Kinetik der ebenen Bewegung.....	150
3.3.1	Kräfteatz und Momentensatz.....	150
3.3.2	Impulssatz, Arbeitssatz und Energiesatz.....	161
3.3.3	Exzentrischer Stoß.....	166
3.4	Kinetik der räumlichen Bewegung.....	174
3.4.1	Kräfteatz und Momentensatz.....	174
3.4.2	Drehimpuls, Trägheitstensor, Eulersche Gleichungen....	177
3.4.3	Lagerreaktionen bei ebener Bewegung.....	186
3.4.4	Der momentenfreie Kreisel.....	190
3.5	Zusammenfassung.....	192
4	Prinzipien der Mechanik	
4.1	Formale Rückführung der Kinetik auf die Statik.....	195
4.2	Prinzip von d'Alembert.....	200
4.3	Lagrangesche Gleichungen 2. Art.....	204
4.4	Zusammenfassung.....	215
5	Schwingungen	
5.1	Grundbegriffe.....	219
5.2	Freie Schwingungen.....	222
5.2.1	Ungedämpfte freie Schwingungen.....	222
5.2.2	Federzahlen elastischer Systeme.....	228
5.2.3	Gedämpfte freie Schwingungen.....	236
5.3	Erzwungene Schwingungen.....	246
5.3.1	Ungedämpfte Schwingungen.....	246
5.3.2	Gedämpfte Schwingungen.....	251
5.4	Systeme mit zwei Freiheitsgraden.....	259
5.4.1	Freie Schwingungen.....	259
5.4.2	Erzwungene Schwingungen.....	268
5.5	Zusammenfassung.....	272

6	Relativbewegung des Massenpunktes	
6.1	Kinematik der Relativbewegung.....	275
6.1.1	Translation des Bezugssystems.....	275
6.1.2	Translation und Rotation des Bezugssystems	276
6.2	Kinetik der Relativbewegung	281
6.3	Zusammenfassung	288
7	Numerische Simulation	
7.1	Einführung	291
7.2	Anfangswertprobleme 1. Ordnung	291
7.3	Anfangswertprobleme 2. Ordnung	301
7.4	Zusammenfassung	316
A	Integrationsverfahren	317
	Englische Fachausdrücke	321
	Sachverzeichnis	333

Einführung

Die Aufgabe der Mechanik ist die Beschreibung und Vorherbestimmung der Bewegungen von Körpern sowie der Kräfte, die mit diesen Bewegungen im Zusammenhang stehen. Man kann die Mechanik in *Kinematik* und *Dynamik* unterteilen. Die Kinematik ist dabei die Lehre vom geometrischen und zeitlichen Bewegungsablauf, ohne dass auf Kräfte als Ursache oder Wirkung der Bewegung eingegangen wird. Die Dynamik befasst sich dagegen mit dem Zusammenspiel von Kräften und Bewegungen. Sie wird wiederum in die *Statik* und die *Kinetik* unterteilt. Die Statik beschäftigt sich mit den Kräften an ruhenden Körpern (Gleichgewicht), während die Kinetik tatsächliche Bewegungen unter der Wirkung von Kräften untersucht.

Der Ursprung der Statik liegt in der Antike. Die Kinetik ist dagegen eine sehr viel jüngere Wissenschaft. Die ersten systematischen Untersuchungen wurden von Galileo Galilei (1564–1642) durchgeführt. Er fand mit Hilfe von genialen Experimenten die Fall- und die Wurfgesetze und formulierte 1638 das Trägheitsgesetz. Zur Würdigung der Leistung von Galilei bedenke man, dass Differential- und Integralrechnung damals noch unbekannt waren und es noch kein Gerät zur präzisen Messung der Zeit gab.

Ihre wissenschaftliche Begründung fand die Kinetik durch Isaac Newton (1643–1727), der 1687 die erste Formulierung der Bewegungsgesetze gab. Die Newtonschen Grundgesetze sind eine Zusammenfassung aller experimentellen Erfahrungen; alle Folgerungen, die aus ihnen gezogen werden, stimmen mit der Erfahrung überein. Wir sehen diese Gesetze – ohne sie beweisen zu können – als richtig an: sie haben axiomatischen Charakter.

Bevor wir uns mit dem Zusammenspiel von Kräften und Bewegungen befassen können, ist es erforderlich, Bewegungen zunächst rein geometrisch (kinematisch) darzustellen. Dabei werden die Begriffe Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung behandelt. Je nach Art der Bewegung (z.B. geradlinig, eben, räumlich) beschreibt man diese Größen in einem geeigneten Koordinatensystem. Ausgangspunkt aller dann folgenden Überlegungen der Kinetik sind die Newtonschen Grundgleichungen. Wir beschränken uns hier auf

die Behandlung der Bewegungen von Massenpunkten bzw. von starren Körpern. Mit Hilfe dieser Idealisierungen lassen sich sehr viele technisch wichtige Probleme beschreiben und einer Lösung zuführen.

Die Newtonschen Grundgesetze gelten nur in einem *Inertialsystem*. Oft ist es jedoch vorteilhaft, die Bewegung eines Körpers in Bezug auf ein *bewegtes* System zu beschreiben. Daher werden wir kurz auf Relativbewegungen eingehen.

Den Newtonschen Axiomen gleichwertig sind Grundgesetze, die *Prinzipien der Mechanik* heißen. Bei der Behandlung von Problemen ist es manchmal zweckmäßig, diese Prinzipien anzuwenden. Wir beschränken uns hier auf die Darstellung des Prinzips von d'Alembert und der Lagrangeschen Gleichungen 2. Art.

In der Kinetik werden viele der in der Statik eingeführten Begriffe (z.B. Raum, Masse, Kraft, Moment) und Idealisierungen (z.B. Massenpunkt, starrer Körper, Einzelkraft) weiter verwendet. Dort bereits erläuterte Grundgesetze (z.B. Schnittprinzip, Wechselwirkungsgesetz, Satz vom Parallelogramm der Kräfte) gelten auch hier. Bei der Lösung konkreter Probleme haben Freikörperbilder eine gleich große Bedeutung wie in der Statik. Zur Beschreibung von Bewegungen muss nun als neue Grundgröße die Zeit eingeführt werden, welche in der Statik nicht benötigt wird. Damit lassen sich weitere Begriffe (z.B. Geschwindigkeit, Beschleunigung, Impuls, kinetische Energie) definieren und neue Gesetzmäßigkeiten (z.B. Impulssatz, Energiesatz) angeben, mit denen wir uns im folgenden befassen werden.

Kapitel 1

Bewegung eines Massenpunktes

1

1 Bewegung eines Massenpunktes

1.1	Kinematik	5
1.1.1	Geschwindigkeit und Beschleunigung	5
1.1.2	Geschwindigkeit und Beschleunigung in kartesischen Koordinaten	7
1.1.3	Geradlinige Bewegung	7
1.1.4	Ebene Bewegung, Polarkoordinaten	23
1.1.5	Räumliche Bewegung, natürliche Koordinaten	30
1.2	Kinetik	36
1.2.1	Grundgesetze	36
1.2.2	Freie Bewegung, Wurf	38
1.2.3	Geführte Bewegung	43
1.2.4	Widerstandskräfte	46
1.2.5	Impulssatz, Stoß	53
1.2.6	Momentensatz	59
1.2.7	Arbeitssatz, potentielle Energie, Energiesatz	64
1.2.8	Gravitationsgesetz, Planeten- und Satellitenbewegung .	73
1.3	Zusammenfassung	79

——— **Lernziele:** Wir lernen zunächst, wie die Bewegung eines Punktes durch seinen Ort, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung in verschiedenen Koordinatensystemen beschrieben wird und wie diese Größen berechnet werden können. Anschließend befassen wir uns mit dem Bewegungsgesetz, welches den Zusammenhang zwischen den Kräften und der Bewegung herstellt. Eine wichtige Rolle spielt dabei wieder das Freikörperbild, mit dessen Hilfe eine korrekte Aufstellung der Bewegungsgleichungen möglich ist. Im weiteren werden wichtige Gesetzmäßigkeiten wie Impuls-, Drehimpuls- und Arbeitssatz sowie deren Anwendung diskutiert.

1.1 Kinematik

1.1.1 Geschwindigkeit und Beschleunigung

Die Bewegung eines Punktes im Raum wird durch die Kinematik beschrieben. Die Kinematik kann als Geometrie der Bewegung aufgefasst werden, wobei nach den Ursachen dieser Bewegung nicht gefragt wird.

Der Ort eines Punktes P im Raum wird durch den *Ortsvektor* \mathbf{r} eindeutig festgelegt (Abb. 1.1a). Dieser zeigt von einem raumfesten Bezugspunkt 0 zur augenblicklichen Lage von P . Ändert sich die Lage von P mit der Zeit t , so beschreibt $\mathbf{r}(t)$ die *Bahn* des Punktes P .

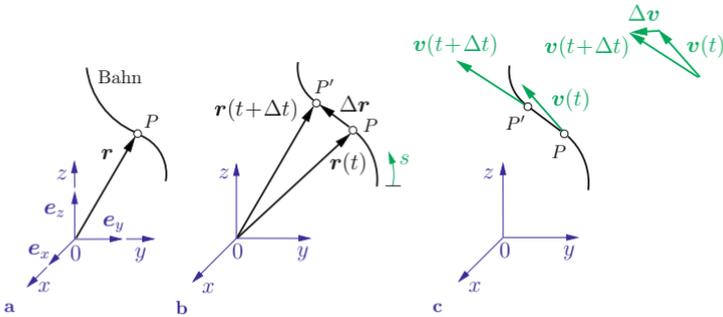


Abb. 1.1

Betrachten wir nun zwei benachbarte Lagen P und P' eines Punktes zu zwei Zeitpunkten t und $t + \Delta t$ (Abb. 1.1b). Dann ist die Änderung des Ortsvektors während der Zeit Δt durch $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)$ gegeben. Die *Geschwindigkeit* von P ist definiert als Grenzwert der zeitlichen Änderung des Ortsvektors:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}}. \quad (1.1)$$

Die Geschwindigkeit \mathbf{v} ist demnach gleich der zeitlichen Ableitung des Ortsvektors \mathbf{r} . Ableitungen nach der Zeit wollen wir meist durch einen über die betreffende Größe gesetzten Punkt kennzeichnen.

Die Geschwindigkeit ist ein Vektor. Da die Änderung $\Delta \mathbf{r}$ des