



Leseprobe

Sandro Scheid

Statistische Methoden in der Finanzwirtschaft

Methoden - Beispiele - Anwendungen

ISBN (Buch): 978-3-446-44366-2

ISBN (E-Book): 978-3-446-44771-4

Weitere Informationen oder Bestellungen unter

<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-44366-2>

sowie im Buchhandel.

Vorwort

Im Herbst 2011 fing ich meinen jetzigen Beruf als Lehrkraft für besondere Aufgaben an der betriebswirtschaftlichen Fakultät der Hochschule München bei Professor Dr. Galata an. Mit der Zeit entwickelte sich eine sehr herzliche Atmosphäre, an die ich nun gerne zurückdenke. Bereits im Herbst 2011 hatte Herr Galata die Idee ein Lehrbuch zu verfassen, das statistische Aspekte in der Finanzbranche behandelt und Materialien für unsere Vorlesungen bereit stellen soll. Nachdem zunächst zwei weitere gemeinsame Lehrbücher entstanden waren, reichte die Zeit leider nicht mehr für ein drittes gemeinsames Buch. Bedauerlicherweise erlag Professor Dr. Galata zur Jahreswende 2015/2016 einer schweren Erkrankung. Ich möchte das vorliegende Buch

Professor Dr. Robert Galata

widmen, ohne dessen Anstoß es nicht entstanden wäre.

Mit diesem Lehrbuch richte ich mich vor allem an Studierende der Wirtschaftswissenschaften. Es vermittelt eine Auswahl quantitativer Themen aus dem Bereich der Finanzbranche. Mit der Zielsetzung, gewohnte Themen auf einem nicht zu formalem Niveau zu behandeln, aber gleichzeitig die Methoden im quantitativen Sinne erklären zu wollen, ist der vorliegende Text auch für andere Leser interessant. So ist das Buch für Lernende die sich mit Wirtschaftswissenschaften beschäftigen, wie für Praktiker, vor allem in der Finanzbranche, die an quantitativen Aspekten hinter Methoden in diesem Bereich interessiert sind, gedacht. Vorausgesetzt werden mathematische und statistische Inhalte, wie sie im Rahmen eines betriebswirtschaftlichen Studiums an Hochschulen in den ersten zwei Semestern gelehrt werden.

Die im Buch behandelten Methoden werden großteils an realen Problemstellungen erarbeitet und schrittweise erklärt. Das Verständnis wird erleichtert durch die ausführliche Darstellung von Beispielen, die es erlauben, die Vorgehensweise der Methoden nachzuvollziehen und zu verstehen.

Mein Dank gilt den Studierenden der Fakultät für Betriebswirtschaft der Hochschule München, die durch zahlreiche Fragen und Anmerkungen zur Gestaltung des Lehrtextes beigetragen haben. Im besonderen Maße gebührt auch meinen Vorgesetzten und Kollegen bei Stat-Up und Atacama Capital Dank. Dort hatte ich die Zeit mich mit den hier geschilderten Methoden zu beschäftigen. Weiter möchte ich mich ganz besonders bei meiner Frau Petra und meinen Söhnen Simon und Benjamin bedanken, die mich während der Entstehung des Buches unterstützt haben und mich auch entbehren mussten! Ganz herzlich möchte ich mich bei Frau Werner und Frau Wulst vom Hanser Verlag, für die sehr verständnisvolle Zusammenarbeit und ihren tatkräftigen Einsatz bei der Verwirklichung des Buchprojektes bedanken. Nicht

zuletzt möchte ich der Familie Galata meinen besonderen Dank aussprechen. Ungeklärte Fragen konnten wir in einer warmen Atmosphäre klären. Ich wünsche der Familie Galata nach dem großen Verlust von Herzen alles Gute!

Kochel am See im Sommer 2017

Sandro Scheid

Inhalt

1	Einleitung	11
2	Grundlegende Themen bei der Modellierung von Anlagen	14
	2.1 Renditen	14
	2.2 Gängige Risikomaße	21
3	Grundlagen	27
	3.1 Das einfache Regressionsmodell	27
	3.1.1 KQ-Schätzer	29
	3.1.2 Bestimmtheitsmaß	31
	3.2 Gleichzeitige Betrachtung mehrerer Zufallsvariablen	33
	3.2.1 Kovarianz – Korrelation	33
	3.2.2 Lineare Funktionen von Zufallsvektoren	36
	3.2.3 Die multivariate Normalverteilung	38
4	Stochastische Beschreibung von Kursänderungen	40
	4.1 Modellierung der Kursänderung eines Assets	40
	4.1.1 Beschreibung einzelner Kursänderungen	40
	4.1.2 Random-Walk	45
	4.1.3 Wiener-Prozess	51
	4.1.4 Beschreibung eines Aktienkurses	53
	4.1.5 Geometrische Brownsche Bewegung	55
	4.1.6 Verteilungen mit schweren Rändern	58
	4.1.7 Exponentiell gewichtete Varianzschätzung	62
	4.1.8 Garch-Modelle	66
	4.2 Modellierung der Kursänderungen mehrerer Assets	72
	4.2.1 Beschreibung einzelner Kursänderungen	72
	4.2.2 Multivariate Garch-Modelle	79
	4.3 Ausblick	95

5	Bewertung von Optionen	96
5.1	Gängige Optionen	97
5.2	Ein-Perioden-Modell	98
5.3	Das Black-Scholes-Modell	101
5.4	Optionssensitivitäten	108
5.4.1	Delta	108
5.4.2	Gamma	111
5.4.3	Vega	113
5.4.4	Rho	114
5.4.5	Theta	116
5.5	Das Binomial-Modell nach Cox, Ross, Rubinstein	117
5.5.1	Bewertung einer europäischen Option	121
5.5.2	Bewertung einer amerikanischen Option	131
5.6	Ausblick	140
6	Modellierung abhängiger Ausfallwahrscheinlichkeiten durch ein Ein-Faktor-Modell	141
6.1	Einführung in das Ein-Faktor-Modell	141
6.2	Ausfallwahrscheinlichkeiten einzelner Kredite	146
6.3	Ausfallwahrscheinlichkeiten zweier Kredite	148
6.4	Assetkorrelation – Ausfallkorrelation	150
6.5	Erwartungswert und Varianz der Kreditsumme	152
6.6	Uniforme Kreditportfolios	157
6.7	Verlustverteilung für viele uniforme Kredite	158
6.8	Ausblick	162
7	Das Logit-Modell zur Modellierung von Ausfall- wahrscheinlichkeiten	163
7.1	Einführung in das logistische Regressionsmodell	163
7.2	Formulierung der logistischen Regression	164
7.3	Interpretation des Logit-Modells	166
7.4	Schätzung des Modells	172
7.4.1	ML-Schätzung	172
7.4.2	Maximierung der Likelihood	174
7.4.3	Schätzen des Logit-Modells	176
7.4.3.1	Likelihood im Logit-Modell	176
7.4.3.2	Scorefunktion des Logit-Modells	177

7.4.3.3	Informationsmatrix des Logit-Modells.....	178
7.4.4	Skizze zur ML-Schätzung.....	178
7.5	Asymptotische Eigenschaften des ML-Schätzers	183
7.6	Asymptotische Konfidenzintervalle für einzelne Koeffizienten.....	184
7.7	Asymptotisches Testen einzelner Koeffizienten.....	185
7.8	Asymptotisches Testen linearer Hypothesen	188
7.9	Vergleich von Modellen.....	192
7.10	Güte der Anpassung.....	194
7.11	Grafische Darstellung der Güte eines Modells	195
7.11.1	CAP-Kurve	195
7.11.2	ROC-Kurve.....	199
7.12	Das Logit-Modell in der Praxis.....	204
7.12.1	Kategoriale Einflussgrößen.....	204
7.12.2	Interaktion zweier Dummy-Variablen	206
7.12.3	Modellierung nicht monotoner Einflüsse metrischer Größen	208
7.12.4	Modellierung eines Polynoms in einer metrischen Einflussgröße.....	208
7.12.5	Stückweise konstante Funktion	211
7.12.6	Stückweise lineare Funktion	212
7.12.7	Kubischer Spline mit Stützstellen	214
7.13	Ausblick.....	215
8	Portfoliooptimierung	217
8.1	Ein Portfolio aus zwei Assets	217
8.2	Ein Portfolio aus drei Assets.....	220
8.3	Portfolios mit minimaler Varianz.....	225
8.4	Portfolios mit minimaler Varianz bei gegebener Rendite	229
8.5	Optimale Portfolios mit minimaler Varianz bei gegebener Rendite	232
8.6	Ausblick.....	233
	Literatur.....	234
	Sachwortverzeichnis	236

3

Grundlagen

In diesem Kapitel wiederholen wir kurz stochastische Methoden, die im weiteren Verlauf des Buches benötigt werden. Wir gehen zunächst auf die *einfache Regression* ein. Das *Bestimmtheitsmaß*, das an dieser Stelle behandelt wird, dient später im Rahmen des Ein-Faktor-Modells dazu, die Abhängigkeit eines Wertpapiers von der Marktentwicklung zu quantifizieren. Bereits im folgenden Kapitel benötigen wir dann einige Elemente der danach behandelten mehrdimensionalen Zufallsvariablen.

■ 3.1 Das einfache Regressionsmodell

Im *einfachen Regressionsmodell* soll eine metrische Größe Y durch eine Einflussgröße X erklärt werden. Wir betrachten ein Beispiel.

Beispiel 3.1

Für die Aktie der Münchner Rück und für den DAX-Index liegen die folgenden Renditen vor:

	Münchner R.	DAX
Januar 2015	0,0021	-0,0200
Februar 2015	0,0981	0,1089
März 2015	0,0266	0,0538
April 2015	0,0865	0,0518
Mai 2015	-0,1293	-0,0318
Juni 2015	-0,0464	-0,0158
Juli 2015	-0,0360	-0,0223
August 2015	0,0432	0,0235
September 2015	-0,0361	-0,1248
Oktober 2015	0,0143	-0,0506
November 2015	0,1060	0,1516
Dezember 2015	0,0394	0,0284

Die monatlichen Renditen der Müncher Rück-Aktie R_{MR} und die entsprechenden Renditen des DAX-Index R_{DAX} bereinigen wir um einen risikolosen Zins R_{rl} . Wir bilden

$$Y = R_{MR} - R_{rl}$$

und

$$X = R_{DAX} - R_{rl}.$$

Zur Zeit der Entstehung dieses Beispiels nehmen wir $R_{r,l} = 0$ an und erhalten also für die Ausprägungen der Merkmale Y, X direkt die oben gegebenen Renditen. Die Wertepaare (y_i, x_i) sind in *Bild 3.1* veranschaulicht.

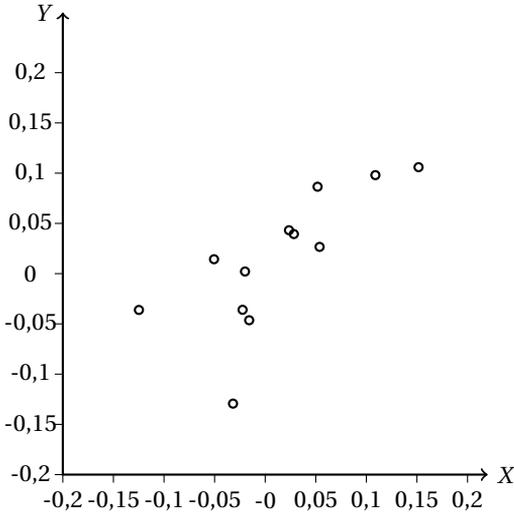


Bild 3.1 Renditen Münchner Rück gegen Renditen DAX

Später erklären wir die Variable Y durch die Variable X in Form einer *linearen Funktion*, entsprechend einer Geraden. Eine mögliche Gerade findet sich in *Bild 3.2*.

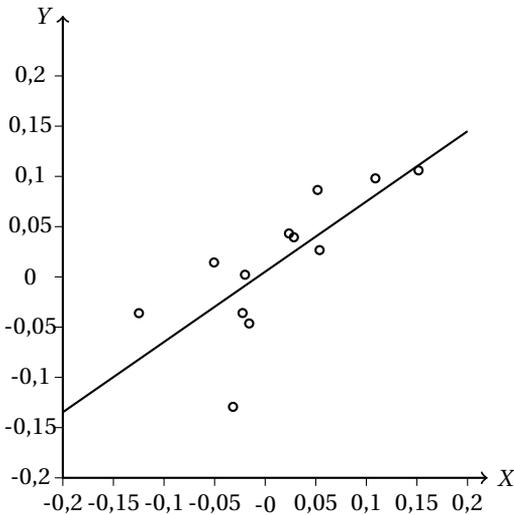


Bild 3.2 Regressionsgerade



3.1.1 KQ-Schätzer

Es soll nun allgemein der Frage nachgegangen werden, wie eine *abhängige Größe* Y durch eine *unabhängige Größe* X erklärt werden kann. Eine Gerade ist durch die Gleichung

$$\hat{Y} = a + bx$$

gegeben. Der „Hut“ ($\hat{}$) über dem Y bezeichnet einfach gesagt einen Schätzwert. In unserem Zusammenhang nennen wir die Gerade Regressionsgerade. Es entspricht a dem sogenannten *Achsenabschnitt*, der Wert für den die Gerade die y -Achse schneidet. b entspricht der *Steigung*. Die einzelnen Werte y_i liegen nicht exakt auf der Geraden. Den Wert zu x_i auf der Geraden bezeichnen wir mit \hat{y}_i . Er wird durch die Gerade erklärt:

$$\hat{y}_i = a + bx_i$$

Eine Veranschaulichung für eine Beobachtung i liefert *Bild 3.3*.

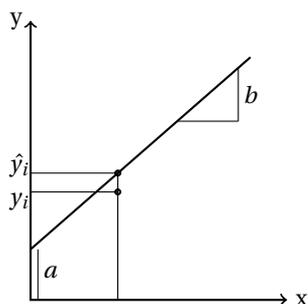


Bild 3.3 beobachteter Wert y_i , erklärter Wert \hat{y}_i

Den Abstand zwischen dem beobachteten Wert y_i und dem erklärten Wert \hat{y}_i wird als *Residuum* oder Fehler (u_i) bezeichnet:

$$u_i = y_i - \hat{y}_i.$$

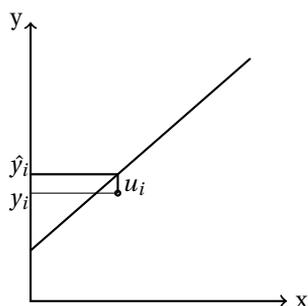


Bild 3.4 Residuum

Eine geschätzte Regressionsgerade, entsprechend einem geschätzten Achsenabschnitt \hat{a} und einer geschätzten Steigung \hat{b} , kann nun durch die *Methode der kleinen Quadrate* gewonnen werden. Diese bestimmt \hat{a} und \hat{b} so, dass die Summe der quadrierten Fehler

$$\sum_i \hat{u}_i^2 = \sum_i (y_i - (\hat{a} + \hat{b}x_i))^2$$

minimal wird. Minimieren der Fehlerquadratsumme liefert die Lösungen:

$$\hat{b} = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x^2}$$

und

$$\hat{a} = \bar{y} + \hat{b}\bar{x}$$

mit $\sigma_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ und $\sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$.

Beispiel 3.2

Für die Daten aus *Beispiel 3.1*

Y	X
0,0021	-0,0200
0,0981	0,1089
⋮	⋮

errechnet sich:

$$\bar{x} = 0,0127 \quad \bar{y} = 0,0140$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= \frac{1}{12} ((-0,02 - 0,0127)^2 + (0,1089 - 0,0127)^2 + \dots) \\ &= 0,0050 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xy} &= \frac{1}{12} ((-0,02 - 0,0127)(0,0021 - 0,014) + (0,1089 - 0,0127)(0,0981 - 0,014) + \dots) \\ &= 0,0035. \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich

$$\hat{b} = \frac{0,0035}{0,0050} = 0,7$$

und

$$\hat{a} = 0,0140 - 0,7 \cdot 0,0127 = 0,005.$$

Dies entspricht dem geschätzten Zusammenhang:

$$\hat{y}_i = 0,005 + 0,7 \cdot x_i.$$

Somit ergibt sich für den beobachteten Zeitraum für die Münchner Rück eine im Schnitt 0,005 höhere Monatsrendite. Ändert sich der DAX um x , so ist die erklärte Bewegung der Münchner Rück gedämpft. Sie ändert sich dann nur um im Schnitt $0,7 \cdot x$. Oft sind solche Zusammenhänge über die Zeit hinweg nicht konstant. Besonders sind Schätzwerte \hat{a} in dieser Anwendung in der Regel nicht verlässlich.

Die Regressionskoeffizienten werden häufig auch mit α anstatt a und β anstatt b bezeichnet. In der Finanzwirtschaft werden sie in dieser Anwendung auch mit α -Faktor und β -Faktor bezeichnet. Die Idee stammt aus einem umfangreicheren Modell, das mit ökonomischen Annahmen ausgestattet ist und *Capital-Asset-Pricing-Modell* (CAPM) genannt wird. Das CAPM wurde von den Wissenschaftlern William F. Sharpe, John Lintner und Jan Mossin unabhängig voneinander entwickelt. ■

3.1.2 Bestimmtheitsmaß

In der Anwendung ist es oft von Interesse, wie gut ein Regressionsmodell die gegebenen Daten erklärt. Aufschluss darüber liefert die *Streuungszerlegung*. Es kann gezeigt werden, dass die Streuung der beobachteten Werte (y) in die Streuung der Werte, die durch die Regression erklärt werden können (\hat{y}) und in die Streuung der Fehler (\hat{u}) zerlegt werden kann. Eher unüblich für diese Anwendung bezeichnen wir hier die Streuungen der Einfachheit halber mit der Varianz (anstatt der Quadratsumme):

$$\text{Var}(y) = \text{Var}(\hat{y}) + \text{Var}(\hat{u}).$$

Aus der Streuungszerlegung kann das sogenannte *Bestimmtheitsmaß* abgeleitet werden. Es entspricht dem Anteil der Streuung, des Merkmals Y , der durch die Regression erklärt werden kann:

$$R^2 = \frac{\text{Var}(\hat{y})}{\text{Var}(y)}.$$

Weiter kann das Bestimmtheitsmaß durch

$$R^2 = 1 - \frac{\text{Var}(\hat{u})}{\text{Var}(y)}$$

oder

$$R^2 = r_{xy}^2 \quad (r_{xy} \text{ bez. den Korrelationskoeffizienten})$$

berechnet werden. Das Bestimmtheitsmaß nimmt Werte zwischen null und eins an. Hohe Werte sprechen dafür, dass die abhängige Variable gut durch die Einflussgröße erklärt werden kann. Für $R^2 = 1$ liegen sämtliche Beobachtungen auf der geschätzten Regressionsgerade. Für $R^2 = 0$ sind die Wertepaare (x_i, y_i) unkorreliert.

Beispiel 3.3

Zunächst berechnen wir für das *Beispiel 3.2* zu den gegebenen Beobachtungswerten x_i die nach der geschätzten Regression prognostizierten Werte \hat{y} , indem wir die Werte x_i in die Regressionsgleichung einsetzen. Die geschätzten Residuen \hat{u} entsprechen dann der Differenz zwischen den beobachteten Werten y_i und den prognostizierten. Für die ersten Werte ergibt sich exemplarisch:

$$\hat{y}_1 = 0,005 + 0,7 \cdot (-0,02) = -0,0088$$

und

$$\hat{y}_2 = 0,005 + 0,7 \cdot 0,1089 = 0,0813.$$

Die ersten geschätzten Fehler ergeben dann entsprechend:

$$\hat{u}_1 = 0,0021 - (-0,0088) = 0,0109$$

und

$$\hat{u}_2 = 0,0981 - 0,0813 = 0,01681.$$

Weiter berechnen wir die Streuungen der Werte y_i , der Werte \hat{y}_i und der \hat{u}_i .

$$\begin{aligned} \text{Var}(y) &= \frac{1}{12} \left((0,0021 - 0,014)^2 + (0,0981 - 0,014)^2 + \dots \right) \\ &= 0,0043, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{y}) &= \frac{1}{12} \left((-0,0088 - 0,014)^2 + (0,0813 - 0,014)^2 + \dots \right) \\ &= 0,0024, \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{u}) &= \frac{1}{12} \left(0,0109^2 + 0,01681^2 + \dots \right) \\ &= 0,0019. \end{aligned}$$

Hier wurde berücksichtigt, dass stets $\bar{y} = \bar{\hat{y}}$ und $\bar{\hat{u}} = 0$ gilt. Aus den Streuungen berechnet sich für das Bestimmtheitsmaß

$$R^2 = \frac{0,0024}{0,0043} = 0,57 \quad \left(\text{alternativ } R^2 = 1 - \frac{0,0019}{0,0043} \right).$$

Ebenfalls ergibt sich R^2 aus

$$r_{xy}^2 = \left(\frac{0,0035}{\sqrt{0,005 \cdot 0,0043}} \right)^2 = 0,57.$$



Sachwortverzeichnis

A

abhängige Ausfälle 141
abhängige Größe 29
abhängige Variable 29, 165
Abwärtsbewegung 117
Achsenabschnitt 29, 30
Änderungsrate 117
AIC 192
Akaike-Informations-Kriterium 192
Anzahl der Ausfälle 156
– Erwartungswert 156
– Varianz 156
arbitragefrei 96
Arbitragefreiheit 100
Assetkorrelation 149–151
Assetwertmodell 141
Aufwärtsbewegung 117
Ausfallkorrelation 150, 151
Ausfallrisiken 141, 142
Ausfallschranke 141
Ausfallwahrscheinlichkeit 146
– bedingte 147
– zweier Kredite 148
ausgefallenes Kreditvolumen 156
– Erwartungswert 156
– Varianz 156
Auslandswährung 107
Ausschüttungen 102
Ausübungspreis 97
Auszahlungsbetrag 97

B

Basispreis 97
Bestandhaltungskosten 102, 119
Bestimmtheitsmaß 31, 144
Binomial-Modell 117
– Bewertung
– amerikanischen Option 133
– europäische Option 122
– Parameter 120

Black, F. 101

Black-Scholes-Modell 101
Bonitätsbeurteilung 163
Brownsche Bewegung 51, 101, 120

C

Capital-Asset-Pricing-Modell 31
CAP-Kurve 198
Chancenverhältnis 166
Choleskey-Zerlegung 77
Conditional Value at Risk 24, 54, 61, 71, 77,
83, 87, 93
Copulas 95
Cox, J. 117
Credit Portfolio View 162
Credit+ 162
CreditMetrics 162
Credit-Scores 215
Cumulative Accuracy Profiles Kurve 198
CVaR 24

D

Decision Forests 216
Decision Trees 216
Delta 108
Devianz 192
Dichte 173
diskontierter Erwartungswert 103, 121
Diskontierungsfaktor 103
diskrete Rendite 15
– durchschnittliche 18
diskriminanzanalytische Verfahren 215
Diversifikation 217
Diversifikationseffekt 26
Dividende 105
dominiert 232
Drift 51
Dummy-Kodierung 204
Dummy-Variable 204, 211
Duplikation 99, 101

E

- effizient
 - asymptotisch 183
- Effizienzmarkthypothese 40
- Ein-Faktor-Modell 144
 - Ausfallwahrscheinlichkeit zweier Kredite 149
 - Ausfallwahrscheinlichkeiten 146
 - Verteilung Y_i, Y_j 149
- Einflussgröße 27
- Einflussgrößen 163, 165–168
 - kategoriale 204
 - nicht monotone 208
- Ein-Perioden-Modell 98
- Eintrittswahrscheinlichkeit 163, 165–168
- erwartete Rendite 224
- erwartungstreu
 - asymptotisch 183
- Erwartungswertvektor 35
- Evaluierungszeitpunkt 144
- EWMA 65
- Expected-Shortfall 24
- Extremwert-Verteilungsfunktion 164

F

- Fälligkeit 97
- Fama, E. 40
- Fehler 29
- Fehlerquadratsumme 30
- Firmenwertmodell 141
- Fisher-Informationsmatrix 174, 178
 - beobachtete 174
 - erwartete 175
- Fisher-Matrix 175
- Fisher-Scoring 174, 176

G

- Gamma 112
- Garch(1,1)-Modell 68
 - Schätzung 69
 - Simulation 70
- Garch-Modell 67
 - CCC 79, 83
 - DCC 84, 87
 - orthogonales 88, 94
- Garch-Modelle
 - multivariate 79, 84, 88

- geometrische Brownsche Bewegung 56, 101
 - Simulation 56
- Gerade 28, 29
- Gleichungssystem 221
- Greeks 108
- Güte der Anpassung 194

H

- Hesse-Matrix 174
- höhere Momente 233
- homogene Kredite 142
- Homogentität 26
- Hypothesen 185

I

- individuelle Komponente 144
- Interaktion 206, 207
- Irrfahrt 45
- Iterationsschritt 176

K

- kategoriale Einflussgrößen 205
- Kaufoption
 - amerikanische 97
 - Wert 133
 - europäische 97
 - Wert 103
- KMV-Modell 162
- Koeffizienten 163
- Konfidenzintervall 184
 - Logit-Modell 184
- Konfidenzniveau 185
- konstante Varianz 42
- Korrelation 33
- Kovarianz 33
- Kovarianzmatrix 35, 73
 - Schätzung 73
- KQ-Schätzer 29
- Kreditausfälle
 - Anzahl 152
- Kreditausfall 141
- Kreditinstitute 141
- Kreditvolumen 155
- kritischer Bereich 189
- kritischer Wert 142
- kritischer Bereich 185
- kubischer Spline 214

L

Lagrange-Ansatz 221
Likelihood-Funktion 173
Likelihood-Quotienten-Index 194
Likelihood-Quotienten-Test 189
lineare Funktion 28
lineare Hypothese 188
linearer Prädiktor 164, 166–168
Lintner, J. 31
Logarithmus 19
logistisches Regressionsmodell 163, 165
Logit-Modell 163, 165
– AIC-Kriterium 193
– alternative Formulierungen 165
– asymptotische Eigenschaften 183
– grafische Darstellung der Güte 195
– Güte 194
– Informationsmatrix 178
– Interpretation 166
– Konfidenzintervall 184
– Likelihood 176
– Likelihood-Quotienten-Index 194
– log-Likelihood 177
– Schätzung 172, 176
– Scorefunktion 177, 178
– Test 185
– Test einzelner Koeffizienten 185
– Testen linearer Hypothesen 188
– Vergleich von Modellen 192
log-Likelihood 173
Long-Position 100

M

marginale Kursänderung 110
Markowitz, H. 217
Markteffizienz 40
Marktentwicklung 143
Maschine Learning 216
Maximum-Likelihood-Schätzung 69, 172, 173
– asymptotische Eigenschaften 183
Merton, R 141
Methode der kleinen Quadrate 30
Minimum-Varianz-Portfolio 226
– gegebene Rendite 230
Mittel

– arithmetisches 17
– geometrisches 16
Monotonie 25
Mossin, L. 31
 μ - σ^2 -Diagramm 231

N

Nelder-Mead-Simplex Algorithmus 69
Neuronale Netze 216
Newton-Algorithmus 174, 175
normalverteilt
– asymptotisch 183
– logarithmisch 53
Normalverteilung 41
– multivariat 38
Normalverteilungsannahme 41
– Bestimmung von μ 42
normierte Wertentwicklung 144
Nullstellenbestimmung 174

O

Odds 166
optimale Portfolios 232
Optimierungsproblem 233
Option
– amerikanische 131
– Wert 133
– europäische
– Wert 122
Optionssensitivitäten 108

P

Polynom 208
Portfolio
– effizientes 232
Portfoliogewichte 217
Portfoliooptimierung 217
Portfolioverlust 156
positiv semidefinit 73
Put-Call-Parität 104

Q

Querschnittsbetrachtung 21

R

Random-Walk 45, 47
– Simulation 47, 48, 50

- Receiver Operator Characteristic Kurve 202
- Referenzkategorie 204
- Regressionsgerade 29, 30
- Regressionsmodell 27
- Rendite 14
- diskrete 15
 - stetige 19, 20
- Renditen
- aufeinanderfolgende 43
 - multivariat normalverteilt 72
 - Summe 43, 75
- Residuum 29
- Restriktion 189
- Rho 114
- risikofreie Anlage 98
- risikofreier Ertrag 100
- risikoloser Zins 103, 121
- Risikomaß 21
- risikoneutral 100
- risikoneutrale Bewertung 96, 100
- ROC-Kurve 202
- Ross, S. 117
- Rubinstein, M. 117
- S**
- saturiertes Modell 192
- Scholes, M. 101
- schwere Ränder 58, 61
- Scorefunktion 174
- Scoretest 189
- Scoring-Verfahren 163
- Sharpe, W. 31
- Short-Position 100
- σ
- Schätzung 43
- Signifikanz 206, 208
- Spline 215
- Steigung 29, 30
- stetige Kosten 102
- stetige Rendite 20
- Additivität im Längsschnitt 20
 - t -verteilt 59
 - zeitunabhängige Verteilung 41
- Stillhalter 97
- stochastischer Prozess 45
- Streckenzug 212
- Streuungszerlegung 31
- Strikeprice 97
- stückweise konstante Funktion 211
- stückweise lineare Funktion 212
- Subadditivität 26
- Support Vector Machines 216
- systematische Komponente 143, 144
- T**
- t -verteilte Renditen 58
- Simulation 59
- t -Verteilung 58, 61
- Teilmodell 188
- Testen linearer Hypothesen 189
- Testergebnis 186
- Teststatistik 185
- Theta 116
- transformierte Schranke 143
- Translationsinvarianz 26
- U**
- unabhängige Entwicklung 143
- unabhängige Größe 29
- unabhängige Renditen 42
- unabhängige Variable 29
- Underlying 96
- uniforme Kredite
- Ausfallverteilung 158
 - Verlustverteilung 158
- uniforme Kreditportfolios 157
- Annahmen 157
- Unternehmenskredite 142
- V**
- Value at Risk 23, 54, 60, 71, 77, 78, 83, 87, 93
- VaR 23
- Varianz
- erwartungstreue Schätzung 42
 - exponentiell gewichtet 62, 65
- Varianz-Kovarianz-Methode 78
- Varianzschätzung 42
- Vega 113
- Verkaufsoption
- amerikanische 98
 - Wert 133
 - europäische 97
 - Wert 104
- Verlustanteil 157, 158
- Verlustverteilung 158

– Annahmen 158

– Quantil 159

Verschiebungssatz 33

Verzinsung

– durchschnittliche 17

Volatilität 21

Vorhersagekraft 198

W

Wahrscheinlichkeitsfunktion 173

Wald-Test 189

Wechselwirkung 206

Wertentwicklung 15, 144

Wertzuwachs 15

Wiener-Prozess 51

Z

Zielvariable 165

Zinsfaktor 15, 16, 18

– Additivität im Querschnitt 18

– durchschnittlicher 16

Zinsstrukturmodelle 140

Zufallsvariablen

– multivariate 33

Zufallsvektor 35

– lineare Funktionen 36