

Leseprobe aus:

Ian Stewart

Professor Stewarts mathematisches Sammelsurium



Mehr Informationen zum Buch finden Sie auf rowohlt.de.

INHALT

STARTEN SIE HIER	11
BEGEGNUNG MIT AUSSERIRDISCHEN	15 307
TIPP AUFS TIER	16
SELTSAME RECHNUNGEN	17 307
KARTEN-DREIECK	18 308
POP-UP-DODEKAEDER	19
ABGETRENNTE FINGER	20
RÜBEN ZÄHLEN	21 308
DER VIERFARBENSATZ	22 309
KANINCHEN IM HUT	30 309
QUERE DEN FLUSS 1 - ERNTE	32 310
NOCH MEHR SELTSAMKEITEN	32 312
BEFREI DIE KIRSCHEN!	34 313
VERWANDLUNG IN EIN FÜNFECK	35 313
WAS IST EIGENTLICH π?	35
GESETZGEBUNG FÜR π	36
FALLS SIE ES WIRKLICH VERABSCHIEDET HÄTTEN ...	38
LEERE GLÄSER	39 314
WIE VIELE ...	40
DREI KURZE	40 314
DAS SPRINGERPROBLEM	41 314
GORDISCHE KNOTEN	42
WEISSE SCHWÄNZE	45 315
FALSCHMÜNZER ENTLARVEN	45
EWIGER KALENDER	49 316
MATHEMATISCHE WITZE 1	50
WINDIGE WÜRFEL	51 317
ALTERSLOSES ALTERSPROBLEM	51 319
WARUM MACHT MINUS MAL MINUS PLUS?	52
REIHERKLEID	53 319
GLEICHARMIGES KREUZ	54 320

GEDÄCHTNISSTÜTZE FÜR ZAHLEN	55
DAS KÖNIGSBERGER BRÜCKENPROBLEM	57
WIE MAN ZEIT FÜR MATHEMATIK GEWINNT	59
EULERS PENTAGONALE REISE	61 320
DIE SCHLANGE OUROBOROS	61 321
DER OUROTORUS	62 321
WER WAR PYTHAGORAS?	63
BEWEISE FÜR DEN SATZ DES PYTHAGORAS	65
BOHRUNG NACH MASS	67 322
FERMATS LETZTER SATZ	68
PYTHAGOREISCHE TRIPEL	78
PRIMZAHLEN - FAKTEN UND VERMUTUNGEN	79
PYTHAGOREISCHE KURIOSITÄT	81
HUNDERT AUS 9	82 324
QUADRATUR DES QUADRATS	83 325
MAGISCHE QUADRATE	85
QUADRATZAHLQUADRATE	87
RINGSTRASSENDREH	89 326
REIN VERSUS ANGEWANDT	90
MAGISCHES SECHSECK	90 328
PENTALPHA	91 329
TAPETENMUSTER	92
WIE ALT WURDE DIOPHANT?	93 330
WENN SIE GEDACHT HABEN SOLLTEN, MATHEMATIKER SEIEN GUT IM RECHNEN ...	94
EINE SPHINX AUS SICH SELBST	95 330
SECHS STATIONEN ENTFERNT	96
DREITEILER, ACHTUNG!	99
DEN WÜRFEL VERDOPPELN	101
LANGFORDS WÜRFEL	102 331
MAGISCHE STERNE	103 331
FIGUREN MIT KONSTANTEM DURCHMESSER	104 331

KABEL VERLEGEN 105 332
MÜNZTAUSCH 105 332
AUTOKLAU 106 333
RAUMFÜLLENDE KURVEN 107
FEHLER, DIE SICH AUFHEBEN 108 333
DAS QUADRATISCHE RAD 108
WARUM KANN MAN NICHT DURCH NULL TEILEN? 109
QUERE DEN FLUSS 2: MISSTRAUEN GEGEN FRAUEN 111 333
BORROMÄISCHE RINGE 112 334
PROZENTEPOKER 113 335
LEUTEARTEN 114
DIE WURST-CONNECTION 114
DER IDIOTENKNOTEN 116
NUMEROLOGIE 117 335
ZAHLENZAUBER 119
RECHTSCHREIBFEHLER 120 336
DAS EXPANDIERENDE UNIVERSUM 120 336
WAS VERSTEHT MAN UNTER DEM GOLDENEN SCHNITT? 122
WAS VERSTEHT MAN UNTER FIBONACCI-ZAHLEN? 124
DIE PLASTISCHE ZAHL 130
EINE FAMILIENANGELEGENHEIT 132 337
NICHT LOSLASSEN! 133 338
SATZ: ALLE ZAHLEN SIND INTERESSANT 133
SATZ: ALLE ZAHLEN SIND LANGWEILIG 133
DIE WAHRSCHEINLICHSTE ZIFFER 133
WARUM HEISST SIE «HEXE»? 137
MÖBIUS UND SEIN BAND 139 338
EIN GOLDENER OLDIE 142
DREI WEITERE QUICKIES 142 339
HAUFENWEISE KACHELN 143 339
CHAOSTHEORIE 146
APRÈS-LE-SKI 156 340

SATZ VON PICK 156 341
MATHEMATISCHE PREISE 157
WARUM GIBT ES KEINEN NOBELPREIS FÜR MATHEMATIK? 160
GIBT ES EINEN PERFEKTEN QUADER? 161
PARADOX ODER NICHT, DAS IST HIER DIE FRAGE ... 163 341
WANN SPIELT MEIN MP3-PLAYER EINE WIEDERHOLUNG? 164
SECHS SCHWEINESTÄLLE 167 342
PATENTIERTE PRIMZAHLEN 168
DIE POINCARÉ-VERMUTUNG 169
HIPPOLOGIK 175 342
LANGTONS AMEISE 175
DAS SCHWEIN AN DER LEINE 178 342
DER ÜBERRASCHUNGSTEST 179 343
DER ANTISCHWERKRAFT-DOPPELKEGEL 180 345
MATHEMATISCHE WITZE 2 181
WARUM GAUSS MATHEMATIKER WURDE 182
WELCHE FORM HAT EINE MONDSICHEL? 186 346
BERÜHMTE MATHEMATIKER 186 347
WAS IST EINE MERSENNE-PRIMZAHL? 188
DIE GOLDBACH-VERMUTUNG 191
LAUTER SCHILDKRÖTEN AUFEINANDER 194
HOTEL HILBERT 196
KONTINUUMBUSSE 199
EINE VERWIRRENDE ZERLEGUNG 201 349
EINE WIRKLICH VERWIRRENDE ZERLEGUNG 202
NICHTS IM ÄRMEL ... 206 350
... UND NICHTS IM HOSENBEIN 207 351
ZWEI SENKRECHTEN 208 351
KANN MAN DIE FORM EINER PAUKE HÖREN? 209
WAS IST e UND WARUM? 213
MEIN GATTE UND ICH ... 215 352
VIELE KNIE, VIELE SITZE 216

EULERS FORMEL 219
WELCHEN WOCHENTAG HABEN WIR HEUTE? 222 352
STRENG LOGISCH 223
LOGISCH ODER NICHT? 223 353
WER ZÜCHTET WAS? 223 353
GERECHT TEILEN 224 354
DIE SECHSTE TODSÜNDE 225 355
SELTSAME ARITHMETIK 226 356
WIE TIEF IST DER BRUNNEN? 226 357
MACMAHONSCHE QUADRATE 227 358
WAS IST DIE QUADRATWURZEL VON -1 ? 227
DIE ALLERSCHÖNSTE FORMEL 230
WARUM IST EULERS WUNDERBARE FORMEL RICHTIG? 231
IHR ANRUF KANN ZU TRAININGSZWECKEN
ÜBERWACHT WERDEN 233
ARCHIMEDES, ALTER SCHWINDLER! 233 359
FRAKTALE - DIE GEOMETRIE DER NATUR 234
DAS FEHLENDE ZEICHEN 242 360
WO EINE MAUER IST, IST AUCH EIN WEG 242 360
KONSTANTEN, AUF 50 STELLEN HINTER DEM KOMMA GENAU 243
HÄUSER MIT VERSORGUNGSUNTERNEHMEN
VERBINDEN 244 360
VORSICHT, ZIEGE! 244 362
ALLE DREIECKE SIND GLEICHSCHEKELIG 245 365
QUADRATJAHR 247 366
GÖDELS UNVOLLSTÄNDIGKEITSSÄTZE 247
WENN π KEIN BRUCH IST, WIE KANN MAN ES
DANN BERECHNEN? 252
UNENDLICHER REICHTUM 255 366
DAS SCHICKSAL SOLL ENTSCHEIDEN 257
WIE VIELE ... 257
WELCHE FORM HAT EIN REGENBOGEN? 259 368

ENTFÜHRUNG DURCH ALIENS 260 371
DIE RIEMANNSCHE VERMUTUNG 261
ANTI-ATHEISMUS 267
WIDERLEGUNG DER RIEMANNSCHEN VERMUTUNG 268 372
MORD IM PARK 268 373
DER KÄSEWÜRFEL 270 373
DAS «SPIEL DES LEBENS» 270
EIN RENNEN MIT ZWEI PFERDEN 277
EINE ELLIPSE ZEICHNEN - UND MEHR? 278 374
MATHEMATISCHE WITZE 3 280
DIE KEPLERSCHE VERMUTUNG 280
DAS MILCHKARTONPROBLEM 285 375
GLEICHBERECHTIGUNG 286
STRASSENNETZ 286 376
KOMPLEXITÄTSWISSENSCHAFT 287
SCRABBLE-SELTSAMKEITEN 294 376
DRACHENKURVE 294 377
COUNTERFLIP 295 378
GLEICHMÄSSIG GESCHNITTENE BROTKUGEL 296 380
SIND SCHWIERIGE PROBLEME EINFACH? ODER
WIE MAN EINE MILLION DOLLAR GEWINNT, INDEM MAN DAS
OFFENSICHTLICHE BEWEIST 297
MATHEMATISCHE THEOLOGIE 301 381
PROFESSOR STEWARTS SCHLAUER SPICKZETTEL 305

STARTEN SIE HIER

Es gibt drei Arten von Leuten
auf der Welt:
die, die zählen können,
und die, die es nicht können.

Mit 14 begann ich, ein Notizbuch zu führen. Ein Mathe-Notizbuch. Und bevor Sie mich nun als hoffnungslosen Fall abschreiben, möchte ich mich beeilen hinzuzufügen, dass es kein Notizbuch für Schulmathematik war. In dieses Notizbuch schrieb ich alle die interessanten Sachen, die ich über die Mathematik finden konnte und die *nicht* in der Schule gelehrt wurden. Und das war, wie ich rasch herausfand, eine ganze Menge, denn ich musste mir bald das nächste Notizbuch besorgen.

Okay, nun können Sie mich *wirklich* abschreiben. Aber bevor Sie das tun: Haben Sie die Botschaft vernommen, die in dieser traurigen kleinen Geschichte steckt? *Die Mathematik, die Sie in der Schule gelernt haben, ist nicht alles.* Mehr noch: *Die Mathematik, die Sie nicht in der Schule gelernt haben, ist die eigentlich interessante.* Tatsächlich macht sie richtig Spaß – besonders dann, wenn Sie keinen Test darüber schreiben oder Summen richtig addieren müssen.

Meine Sammlung Notizbücher stieg auf sechs an, die ich immer noch habe – und wuchs sich dann, als ich die Vorteile des Fotokopierers entdeckte, zu einer ganzen Ordnerreihe aus. Dieses Buch präsentiert Stichproben aus meinem Kuriositätenkabinett, ein Sammelsurium aus vertrackten mathematischen Rätseln und Spielereien, Puzzles, Storys und Fakten, die manchmal vielleicht gar keine Fakten sind. Die meisten Einträge stehen für sich selbst, daher können Sie fast überall dort einsteigen, wo Sie möchten. Einige wenige bilden kurze Serien. Ich bin der Ansicht, ein Sammelsurium sollte ein Sammelsurium sein, und dies ist eines.

In den Spielereien und Puzzles finden Sie auch einige alte Favoriten, die von Zeit zu Zeit wieder auftauchen und dann oft erneut zu Aufregung führen: das Ziegenproblem zum Beispiel oder das Wiegeproblem mit den zwölf Kugeln, die beide ein großes Medienecho hervorriefen – im einen Fall in den USA, im anderen Fall in Großbritannien. Ein beträchtlicher Teil des hier vorgestellten Materials jedoch ist neu. Ich habe versucht, das Buch abwechslungsreich zu gestalten, daher gibt es logische Puzzles, geometrische Puzzles, Wahrscheinlichkeitspuzzles, seltsame Elemente aus der mathematischen Kultur, Dinge zu tun und Dinge zu machen.

Einer der Vorteile davon, ein wenig über Mathe zu wissen, besteht darin, dass Sie Ihre Freunde damit beeindrucken können. (Bleiben Sie dabei aber bescheiden, rate ich Ihnen. Sonst könnte es passieren, dass Sie Ihre Freunde damit verärgern.) Es wäre also nicht schlecht, mit den neuesten Schlagwörtern um sich werfen zu können. Daher habe ich einige kurze «Aufsätze» eingestreut, die in einem informativen, nichttechnischen Stil geschrieben sind. Sie erklären einige der in jüngster Zeit erzielten Durchbrüche, die viel Medienaufmerksamkeit erregt haben. Wie Fermats letzter Satz – erinnern Sie sich an das Medienecho? Und das Vierfarbenproblem, die Poincaré-Vermutung, die Chaostheorie, Fraktale, Komplexitätswissenschaften, Penrose-Muster. Oh, und dann gibt es noch einige ungelöste Fragen, nur um zu zeigen, dass die Mathematik noch keineswegs *abgeschlossen* ist. Einige sind etwas zur Entspannung, andere ernst – wie das $P = NP$ -Problem, für dessen Lösung ein Preisgeld von einer Million Dollar ausgelobt ist. Sie haben vielleicht noch nicht von dem Problem gehört, aber Sie sollten von dem Preisgeld wissen. Kürzere, flottere Abschnitte enthüllen interessante Fakten und Entdeckungen über altvertraute, aber faszinierende Themen: π , Primzahlen, Satz des Pythagoras, Permutationen, Parkettierung. Amüsante Anekdoten über berühmte Mathematiker fügen eine historische Dimension hinzu und lassen uns alle über ihre liebenswerten Marotten schmunzeln.

Nun, ich habe gesagt, Sie könnten das Buch überall aufschlagen – und das können Sie auch, glauben Sie mir –, aber um ganz ehrlich zu sein, ist es vielleicht besser, vorn zu beginnen und der Anordnung der Geschichten in etwa zu folgen. Ein paar der Geschichten am Anfang erleichtern es nämlich, die Geschichten weiter hinten zu verstehen. Und die Geschichten vorne sind im Allgemeinen etwas einfacher, während einige der späten Geschichten wirklich – nun ja, eine *Herausforderung* darstellen können. Ich habe jedoch darauf geachtet, eine Menge einfacher Sachen unterzumischen, sodass Sie Ihr Gehirn nicht zu rasch verschleifen.

Es ist mein Ziel, Ihre Phantasie anzuregen, indem ich Ihnen eine Menge amüsanter und interessanter mathematischer Kabinettstücke präsentiere. Ich möchte, dass Sie Spaß haben, aber ich wäre auch hochofrenet, wenn dieses Buch Sie ermutigen würde, sich näher mit Mathematik zu beschäftigen, den Nervenkitzel des Entdeckens mitzuerleben und sich über wichtige Entdeckungen auf dem Laufenden zu halten – ob sie nun 4000 Jahre zurückliegen, aus der letzten Woche stammen oder erst morgen stattfinden werden.

Ian Stewart

Das Raumschiff *Mindermind* umkreiste den Planeten Karghirne, und Captain Quirl und Mr. Speck hatten sich auf die Oberfläche gebeamt.

«Laut *Rudi's Raumführer* gibt es zwei Arten von intelligenten Wesen auf diesem Planeten», meinte Quirl.

«Richtig, Captain – Penibler und Kauderwelscher. Sie sprechen beide Galaktisch, und man kann sie daran unterscheiden, wie sie auf Fragen antworten. Die Penibler sagen immer die Wahrheit, die Kauderwelscher lügen immer.»

«Aber rein physisch –»

«– sind sie ununterscheidbar, Captain.»

Quirl hörte etwas, drehte sich um und sah sich drei Außerirdischen gegenüber, die auf ihn zukrochen. Sie sahen absolut gleich aus.

«Willkommen auf Karghirne», grüßte einer der Fremdlinge.

«Besten Dank. Mein Name ist Quirl. Und Sie sind ...» Quirl machte eine Kunstpause. «Ach, hat ja doch keinen Zweck, sie nach ihren Namen zu fragen», murmelte er. «Sie würden ja doch nicht stimmen.»

«Logisch, Captain», entgegnete Speck.

«Weil wir nicht gut Galaktisch sprechen», improvisierte Quirl, «werde ich euch Alf, Bett und Gemm nennen, wenn ihr nichts dagegen habt.» Während er sprach, wies er der Reihe nach mit dem Finger auf sie. Dann wandte er sich zu Speck und flüsterte: «Ob sie Männlein oder Weiblein sind, wissen wir ja auch nicht, oder?»

«Sie sind alle hermandrofemigyn», sagte Speck.

«Was auch immer. Also, Alf: Zu welcher Art gehört denn Bett?»

«Zu den Kauderwelschern.»

«Aha. Bett, gehören Alf und Gemm zu verschiedenen Arten?»

«Nein.»

«Sind ja ganz schön gesprächig, was? Hmm ... Gemm, zu welcher Sorte gehört denn Bett?»

«Penibler.»

Quirl nickte wissend. «Gut, damit wäre dann alles klar.»

«Alles klar, Captain?»

«Ja, zu welcher Art sie gehören.»

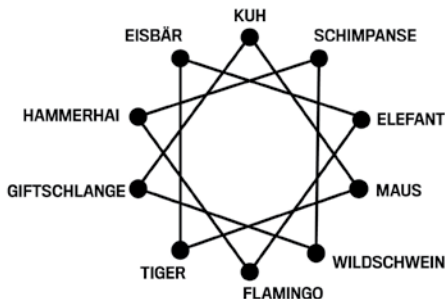
«Aha, und zu welcher gehören sie?»

«Keine Ahnung, Speck! Sie sind doch hier der Logiker.»

■ ANTWORT SEITE 307

TIPP AUFS TIER

Dies hier ist ein hervorragender mathematischer Trick für Kinderpartys. Zunächst suchen sich die Kinder der Reihe nach ein Tier aus dem Stern aus. Dann buchstabieren sie dessen Namen, während Sie oder ein anderes Kind auf die Punkte des zehnzackigen Sterns tippen. Beim ersten Buchstaben beginnen Sie mit dem Punkt, an dem ‹Schimpanse› steht, und folgen dann den Verbindungslinien im Uhrzeigersinn. Und, o Wunder, Sie enden mit dem letzten Buchstaben genau auf dem richtigen Tier!



Buchstabieren Sie
den Namen und finden
Sie das Tier.

Wie das funktioniert? Ganz einfach, das dritte Wort auf dem Weg durch den Stern ist «Kuh», hat also drei Buchstaben, das vierte ist «Maus» mit vier Buchstaben und so fort. Um den Trick etwas zu verschleiern, haben die Tiere vor der «Kuh» 10, 11, 12 Buchstaben. Weil man mit zehn Schritten wieder am Punkt «Schimpanse» ankommt, mit elf beim «Wildschwein» und mit zwölf bei der 12-buchstabigen «Giftschlange», passt alles bestens.

Sie können den Trick noch undurchsichtiger machen, indem Sie statt der Namen Bilder der Tiere an den Sternecken platzieren.

SELTSAME RECHNUNGEN

Ihr Taschenrechner kann zaubern.

(1) Führen Sie die folgenden Multiplikationen auf dem Rechner aus. Was fällt Ihnen auf?

$$1 \times 1$$

$$11 \times 11$$

$$111 \times 111$$

$$1111 \times 1111$$

$$11111 \times 11111$$

(2) Geben Sie die Zahl

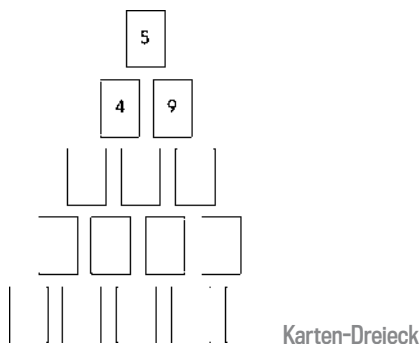
$$142857$$

ein (am besten in den Speicher des Taschenrechners) und multiplizieren Sie sie jeweils mit 2, 3, 4, 5, 6 und 7. Was fällt Ihnen auf?

■ ANTWORT SEITE 307

KARTEN-DREIECK

Sie brauchen 15 Karten, durchnummeriert von 1 bis 15. Sie sollen in Dreieckform ausgelegt werden, wie in der Abbildung gezeigt. Die obersten drei Karten habe ich zum besseren Verständnis des Folgen- den mit Zahlen versehen:



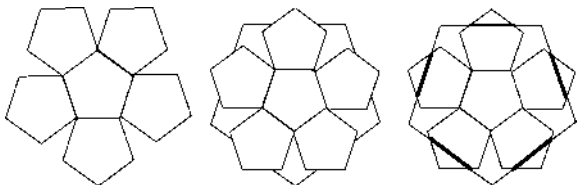
Es soll aber keine erwartbare Anordnung gelegt werden. Vielmehr möchte ich, dass jede Karte die Differenz der beiden unmittelbar darunterliegenden Karten zeigt. Zum Beispiel ist die 5 die Differenz von 9 und 4. (Man zieht immer die kleinere von der größeren Zahl ab, sodass die Differenz immer positiv herauskommt.) Nur in der untersten Reihe kann man die Regel natürlich nicht mehr anwenden.

Die obersten drei Karten liegen nun schon an ihrem korrekten Platz. Können Sie herausfinden, wie man die restlichen zwölf Karten verteilen muss?

Mathematiker kennen verschiedene solche Dreiecke, mit zwei, drei oder vier Reihen, deren Karten mit aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen nummeriert sind, bei 1 beginnend. Man hat bewiesen, dass es keine solche Dreiecke mit mehr als sechs Reihen geben kann.

POP-UP-DODEKAEDER

Ein Dodekaeder ist ein geometrischer Körper, dessen Oberfläche aus zwölf Fünfecken besteht. Er ist einer der fünf regulären Körper.

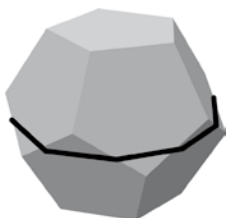


Die drei Schritte zur Anfertigung eines Pop-up-Dodekaeders

Schneiden Sie aus festem Karton zwei gleiche Kopien der Figur ganz links im Diagramm. Falzen Sie in beiden Kopien die Kanten zwischen den Fünfecken so, dass sich die fünf äußeren Fünfecke leicht umbiegen lassen. Dann legen Sie die beiden Stücke aufeinander, so wie im mittleren Bild angedeutet. Dann schlingen Sie ein Gummiband abwechselnd über und unter die Fünfecke (siehe rechtes Bild, die kräftigen schwarzen Linien zeigen, wo das Band oberhalb verläuft); halten Sie dabei die beiden Pappstücke mit den Fingern flach.

Jetzt lassen Sie los!

Falls Ihr Gummiband die richtige Länge und Stärke hat, wird sich das ganze Gebilde nun mit einem Plopp zu einem dreidimensionalen Dodekaeder aufspannen.



Aufgespannter Dodekaeder