

5. bis 10. Klasse

Mathematik

DUDEN

150 Mathe- übungen

Alle Themen
Typische Aufgaben

5. bis 10. Klasse



Duden

150 Mathe- übungen

5. bis 10. Klasse

Alle Themen
Typische Aufgaben

Mit Illustrationen von Steffen Butz

2., neu bearbeitete und
ergänzte Auflage



Dudenverlag
Mannheim • Zürich

Bibliografische Informationen der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Das Wort Duden ist für den Verlag
Bibliographisches Institut GmbH als Marke geschützt.

Alle Rechte vorbehalten.

Nachdruck, auch auszugsweise, vorbehaltlich der Rechte,
die sich aus den Schranken des UrhG ergeben, nicht gestattet.

© Duden 2012 D C B A
Bibliographisches Institut GmbH
Dudenstraße 6, 68167 Mannheim

Redaktionelle Leitung Dr. Sylvia Schmitt-Ackermann
Redaktion Dr. Wiebke Salzmann
Autorin Bärbel Volmer

Herstellung Annette Scheerer
Layout Horst Bachmann
Illustration Steffen Butz
Umschlaggestaltung Michael Acker
Umschlagillustration Steffen Butz

Satz Elstersatz, Stefan Hergenröder, Wildflecken
Druck und Bindung Heenemann GmbH & Co. KG
Bessemerstraße 83–91, 12103 Berlin
Printed in Germany

ISBN 978-3-411-73982-0

Liebe Schülerin, lieber Schüler!

Bei einem oder mehreren Themen in Mathe möchtest du dich besser auskennen? Mit diesem Buch bist du auf dem richtigen Weg dazu. Der Schwerpunkt des Bandes ist das Üben: Mehr als 150 Übungseinheiten ermöglichen dir, dich auf die Klassenarbeit vorzubereiten und das Rechnen zu trainieren. Dabei kannst du die Themenbereiche, die dir Schwierigkeiten bereiten, ganz gezielt angehen. Die Kapitel greifen alle Themen auf, die du von der 5. bis zur 10. Klasse beherrschen musst. Am Anfang der Kapitel oder Unterkapitel erleichtern dir „Infokästen“ den Einstieg.

Infokästen

In den Kästen findest du zusätzlich kurze Regeln und Rechenwege. Sie liefern den Stoff, den du aus der Schule kennst, in kleinen Portionen zum Auffrischen und Wiederholen. Danach kannst du das Wissen aus den Infokästen anhand der nachfolgenden Aufgaben üben.

Merke dir: Es ist nicht wichtig, dass du die Regeln auswendig lernst, sondern dass du sie anwendest, denn **Übung** macht den Meister.

Ob du nun Bruchrechnen, Geometrie, Prozent- und Zinsrechnen oder auch Wahrscheinlichkeitsrechnung trainieren willst, zu allem gibt es unterschiedliche Rechenübungen und Textaufgaben. Einige der Aufgaben kannst du direkt im Buch bearbeiten, für die anderen legst du dir am besten ein eigenes Übungsheft an.

Damit du dich bei den Übungen leicht zurechtfindest, steht in der Randspalte die **Klassenstufe**, für die die Aufgaben geeignet sind. Dies ist aber nur eine grobe Einordnung zur ersten Orientierung, schließlich unterrichtet nicht jeder Lehrer gleich, und oft werden in späteren Jahrgängen Aufgaben noch einmal abgefragt. Brauchst du ausführliche Hilfe zum Rechnen, sieh dir das Kapitel „Clevere Tipps zum Lösen von Matheaufgaben“ an.

Die ausführlichen **Lösungen** zu den Übungen findest du am Ende des Buches.

Inhalt

| | | | | | |
|----------|--|----|----------|--|----|
| | Vorwort | 3 | | 6 Rechnen mit Brüchen | 25 |
| | | | | 6 Dezimalzahlen | 27 |
| | | | | 6 Schriftliches Addieren und Subtrahieren von Dezimal- zahlen | 28 |
| 1 | Zahlenmengen und Rechenregeln | | | 6 Schriftliches Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen ... | 29 |
| | 1.1 Natürliche und ganze Zahlen | | | 6-7 Terme mit rationalen Zahlen | 30 |
| | 5 Anordnung der natürlichen und der ganzen Zahlen | 7 | | 7 Potenzen und Quadratwurzeln .. | 31 |
| | 5 Große Zahlen | 8 | | 7-8 Terme mit Variablen – Ausklammern und Ausmultiplizieren | 32 |
| | 5 Runden und Überschlagen | 9 | | 8 Multiplizieren von Summen – binomische Formeln | 33 |
| | 5 Zahlensysteme | 10 | | 1.3 Reelle Zahlen | |
| | 5 Addieren und Subtrahieren natürlicher Zahlen | 11 | | 8 Rechnen mit Quadratwurzeln | 34 |
| | 5 Addieren und Subtrahieren ganzer Zahlen | 12 | | 9-10 Potenzgesetze | 35 |
| | 5 Multiplizieren und Dividieren natürlicher Zahlen | 13 | | 9-10 Wurzelterme | 36 |
| | 5 Multiplizieren und Dividieren ganzer Zahlen | 14 | | 10 Logarithmen | 37 |
| | 5 Rechnen mit Potenzen | 15 | | 1.4 Rechnen mit Größen | |
| | 5 Terme und Rechenregeln – natürliche Zahlen | 16 | | 5 Rechnen mit Größen | 38 |
| | 5 Terme und Rechenregeln – ganze Zahlen | 17 | | | |
| | 5 Primzahlen und Primfaktor- zerlegung | 18 | 2 | Dreisatz, Prozent- und Zinsrechnung | |
| | 5 Gemeinsame Teiler und Vielfache | 19 | | 2.1 Dreisatz | |
| | 1.2 Rationale Zahlen | | | 6-7 Dreisatz | 41 |
| | 5 Bruchteile | 20 | | 2.2 Prozentrechnung | |
| | 5-6 Kürzen und Erweitern von Brüchen | 21 | | 6-7 Prozentbegriff | 44 |
| | 5-6 Addieren und Subtrahieren von Brüchen | 22 | | 7-10 Prozentrechnung | 45 |
| | 6 Multiplizieren und Dividieren von Brüchen | 23 | | 2.3 Zinsrechnung | |
| | 6 Gemischte Zahlen und unechte Brüche | 24 | | 7-10 Zinsen | 48 |
| | | | | 9-10 Zinseszins | 50 |

3 Geometrie

3.1 Grundbegriffe

| | | |
|-----|--|----|
| 5 | Geraden | 52 |
| 5 | Das Koordinatensystem | 53 |
| 5 | Symmetrie | 54 |
| 6–7 | Winkel | 55 |
| 6–7 | Winkel an Geraden | 56 |
| 7 | Konstruktionen mit Zirkel und Lineal | 57 |

3.2 Abbildungen

| | | |
|-----|--|----|
| 6–7 | Verschiebung, Drehung und Spiegelung | 58 |
| 8–9 | Strahlensätze | 59 |
| 8–9 | Ähnlichkeit | 60 |
| 8–9 | Zentrische Streckung | 61 |

3.3 Dreiecke

| | | |
|------|--|----|
| 6 | Flächeninhalt | 62 |
| 7 | Sätze für Dreiecke – Satz des Thales | 63 |
| 7 | Punkte und Linien im Dreieck | 64 |
| 7 | Kongruente Dreiecke | 65 |
| 9 | Der Satz des Pythagoras | 66 |
| 9 | Kathetensatz und Höhensatz | 67 |
| 9–10 | Trigonometrie | 68 |

3.4 Vierecke

| | | |
|-----|---|----|
| 5–6 | Rechtecke | 69 |
| 7–8 | Allgemeine und spezielle Vierecke | 70 |

3.5 Kreise

| | | |
|------|--|----|
| 6–7 | Kreis und Kreisumfang | 72 |
| 7–8 | Geraden und Winkel am Kreis | 73 |
| 8 | Vierecke am Kreis | 74 |
| 8–9 | Umfang und Flächeninhalt von Kreisen | 75 |
| 9–10 | Kreisbogen und Kreisausschnitt | 76 |
| 9–10 | Winkelsätze | 77 |

3.6 Körper

| | | |
|------|------------------------------|----|
| 5–6 | Schrägbilder und Netze | 78 |
| 5–6 | Quader | 79 |
| 7–9 | Prisma | 80 |
| 7–9 | Zylinder | 81 |
| 9–10 | Pyramide und Kegel | 82 |
| 9–10 | Kugel | 83 |

4 Gleichungen und Funktionen

4.1 Gleichungen

| | | |
|------|---|----|
| 5–6 | Gleichungen mit ganzen Zahlen | 84 |
| 6–7 | Sachaufgaben lösen | 85 |
| 6–7 | Gleichungen mit rationalen Zahlen | 86 |
| 6–7 | Äquivalenzumformungen | 87 |
| 7–8 | Lineare Gleichungen | 88 |
| 7–8 | Lineare Gleichungssysteme (LGS) | 89 |
| 8–9 | Quadratische Gleichungen I | 91 |
| 8–9 | Bruchgleichungen | 92 |
| 9 | LGS mit drei Variablen | 93 |
| 9–10 | Quadratische Gleichungen II | 94 |
| 9–10 | Quadratwurzelgleichungen | 96 |
| 10 | Exponential- und Logarithmengleichungen | 97 |

4.2 Funktionen

| | | |
|------|--|-----|
| 6–7 | Proportionale und indirekt proportionale Zuordnungen..... | 98 |
| 7–8 | Zuordnungen und ihre Graphen | 99 |
| 7–8 | Lineare Funktionen | 101 |
| 8 | Funktionen und ihre Graphen | 103 |
| 8 | Darstellen quadratischer Funktionen | 105 |
| 8 | Gebrochenrationale Funktionen | 107 |
| 9–10 | Quadratische Funktionen – Normalform und Scheitelpunktform | 108 |
| 9–10 | Wurzelfunktionen | 110 |
| 9–10 | Umkehrfunktionen | 111 |
| 10 | Potenzfunktionen | 112 |

| | | |
|----------|--|-----|
| 10 | Wachstums- und Abklingvorgänge | 113 |
| 10 | Trigonometrische Funktionen | 114 |
| 10 | Funktionen im Überblick | 116 |
| 5 | Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik | |
| | 5.1 Zufall und Wahrscheinlichkeit | |
| 6-7 | Häufigkeiten und Schaubilder ... | 117 |
| 7-8 | Zufallsexperimente | 118 |

| | | |
|-----|-----------------------------------|-----|
| 7-8 | Wahrscheinlichkeit | 119 |
| 7-8 | Mehrstufige Zufallsexperimente | 120 |
| 10 | Bedingte Wahrscheinlichkeit | 122 |
| 10 | Erwartungswert | 124 |
| 10 | Bernoulli-Versuch | 125 |
| 10 | Bernoulli-Kette | 126 |
| | 5.2 Statistik | |
| 9 | Kenngroßen | 127 |
| 9 | Streuungsmaße | 128 |
| 9 | Grafische Darstellung | 130 |

Clevere Tipps zum Lösen von Matheaufgaben

| | | | | | |
|------------|---|-----|------------|--|-----|
| 1 | Lösen von Sach- und Textaufgaben | 131 | 5 | Dreisatz, Prozent- und Zinsrechnung | 139 |
| 2 | Natürliche und ganze Zahlen | 131 | 5.1 | Dreisatz | 139 |
| 2.1 | Große Zahlen | 131 | 5.2 | Prozentrechnung | 139 |
| 2.2 | Schriftliches Rechnen mit natürlichen und ganzen Zahlen | 132 | 5.3 | Zinsrechnung | 141 |
| 3 | Rechnen mit Größen | 134 | 6 | Gleichungen | 141 |
| 4 | Rationale Zahlen | 135 | 6.1 | Umstellen von Gleichungen | 141 |
| 4.1 | Rechnen mit Brüchen | 135 | 6.2 | Lineare Gleichungssysteme | 142 |
| 4.2 | Rechnen mit Dezimalzahlen | 137 | 6.3 | Quadratische Gleichungen | 144 |
| | | | 7 | Wahrscheinlichkeitsrechnung | 145 |

Lösungen

| | | |
|----------|---|-----|
| 1 | Zahlenmengen und Rechenregeln | 147 |
| 2 | Dreisatz, Prozent- und Zinsrechnung | 153 |
| 3 | Geometrie | 155 |
| 4 | Gleichungen und Funktionen | 163 |
| 5 | Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik | 172 |

Dreisatz, Prozent- und Zinsrechnung

2.1 Dreisatz

Dreisatz

Aufgaben, in denen es um **direkt proportionale** oder **indirekt** (umgekehrt) **proportionale** Zuordnung von Größen geht, lassen sich mithilfe der **Dreisatzrechnung** lösen (↑ S. 139).

Überlege dir, was mit der zweiten Größe geschieht, wenn du die erste verdoppelst: Verdoppelt sie sich auch – dann handelt es sich um eine direkt proportionale Zuordnung. Oder halbiert sie sich – dann handelt es sich um eine indirekt proportionale Zuordnung.

Beispiel:

Wenn du statt 4 Brötchen 8 nimmst, wird der Preis doppelt so hoch (direkt proportional).

Wenn statt 2 nun 4 Maler am Werk sind, brauchen sie nur halb so lang (indirekt proportional).

- 1 Entscheide jeweils, ob es sich um eine direkt proportionale Zuordnung (D) oder um eine indirekt proportionale Zuordnung (I) handelt. Kreuze an:**
- a) Christina will für ihre Party Luftballons kaufen. 50 Stück kosten 2,50 €; sie benötigt insgesamt 150. Wie viel muss sie bezahlen? D I
- b) Wolfgang muss sein Mofa auftanken. 3 Liter haben letztes Mal 3,45 € gekostet. Wie viel muss er für 5 Liter bezahlen, wenn der Benzinpreis gleich geblieben ist? D I
- c) Uli fährt mit dem Rad zur Schule. Wenn er 20 km/h schnell fährt, braucht er 10 Minuten. Heute hat er verschlafen und muss sich deshalb beeilen, er fährt mit 25 km/h. Wie lange braucht er? D I

- d) Zwei Maler benötigen für den Anstrich einer Wand 6 Stunden. Wie lange brauchen drei Maler? D I
- e) Vier Brötchen kosten 1€, wie viel kosten sieben Brötchen? D I
- f) Die Katze Maggie frisst normalerweise 1,5 Schälchen Katzenfutter am Tag. Ihr Herrchen hat genug für 6 Tage eingekauft. Da sie sich aber einen Winterspeck anfuttert, braucht sie momentan 2 Schälchen am Tag. Wie lange reicht das Katzenfutter nun? D I

2 Berechne die Beispiele aus Übung 1.

a) Schreibe neben die Zuordnungen, was jeweils gerechnet wird:

| | | | | | |
|---|-------------|-------------|--------|--------|--------|
| | 150 Ballons | → | x € | | |
| | 50 Ballons | → | 2,50 € | | |
| — | } | 1 Ballon | → | 0,05 € | } : 50 |
| — | | 150 Ballons | → | 7,50 € | |

b) Berechne nun, wie viel Wolfgang für 5 Liter Benzin bezahlt:

| | | | | | |
|---|---------|-----------|-------|-------|-----|
| | 5 Liter | → | x € | | |
| | 3 Liter | → | ___ € | | |
| — | } | ___ Liter | → | ___ € | } — |
| — | | ___ Liter | → | ___ € | |

c) Schreibe neben die Zuordnungen, was jeweils gerechnet wird:

| | | | | | |
|---|---------|---------|--------|---------|-----|
| | 25 km/h | → | x min | | |
| | 20 km/h | → | 10 min | | |
| — | } | 1 km/h | → | 200 min | } — |
| — | | 25 km/h | → | 8 min | |

d) Berechne, wie lange drei Maler für den Anstrich einer Wand brauchen:

| | | | | | |
|---|-----------|-----------|-------|-------|-----|
| | ___ Maler | → | ___ h | | |
| | ___ Maler | → | ___ h | | |
| — | } | ___ Maler | → | ___ h | } — |
| — | | ___ Maler | → | ___ h | |

Berechne nun e) und f) selbstständig in deinem Heft.

- 3 **Monika muss mit ihrem Mofa zum Tanken fahren. Für 8,40 € hat sie letztes Mal 6 Liter bekommen. Jetzt kostet ein Liter Benzin 1,45 €. Wie viel muss sie nun für 6 Liter bezahlen?**
- 4 **Katja schreibt als freie Mitarbeiterin für die Lokalzeitung, ihr Honorar wird nach der Anzahl der Zeilen berechnet. Für ihren letzten Bericht über die Aufführung der Theater-AG ihrer Schule mit 95 Zeilen erhielt sie 20,90 €.**
- a) **Welches Honorar bekommt Katja für den Artikel über das Sommerfest im Tierheim, über das sie 75 Zeilen schreibt?**
 - b) **Für den Bericht über die Jahreshauptversammlung des Hallen-Halma-Vereins erhielt Katja 12,10 €. Wie lang war der Bericht?**
 - c) **Zu Beginn ihrer journalistischen Karriere bekam Katja für einen 40-zeiligen Artikel ein Honorar von 6,80 €. Wie viel hätte sie damals für den Artikel über die Jahreshauptversammlung bekommen?**



2.2 Prozentrechnung

Prozentbegriff

Prozent bedeutet „von 100“. Es gilt: $p\% = \frac{p}{100}$ (↑ S. 139)

Beispiel: Ein Prozent ist $\frac{1}{100}$ von einem Ganzen, fünf Prozent sind $\frac{5}{100}$ vom Ganzen: 5 % von 700 € sind $\frac{5}{100}$ von 700 €, also $\frac{5}{100} \cdot 700 \text{ €} = 35 \text{ €}$.

5 Berechne und gib das Ergebnis in Prozentschreibweise an.

a) $\frac{43}{100} = \text{_____} \%$

b) $\frac{13}{50} = \frac{\text{_____}}{100} = \text{_____} \%$

c) $\frac{8}{20} = \frac{\text{_____}}{100} = \text{_____} \%$

d) $\frac{45}{60} = \frac{\text{_____}}{4} = \frac{\text{_____}}{100} = \text{_____} \%$

6 Schreibe die Prozentzahl als Bruch und gib das Ergebnis als Dezimalzahl an.

a) $7\% = \frac{\text{_____}}{100} = 0,07$

b) $23\% = \frac{\text{_____}}{100} = \text{_____}$

c) $44\% = \frac{\text{_____}}{100} = \text{_____}$

d) $115\% = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$

7 Gib die Anteile als Bruchzahl und in Prozentschreibweise an.

a) 8 von 10 sind $\frac{8}{10} = \frac{\text{_____}}{100} = \text{_____} \%$

b) 19 von 20 sind $\frac{\text{_____}}{20} = \frac{\text{_____}}{100} = \text{_____} \%$

c) 50 von 250 sind $\frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____} \%$

d) 60 von 3000 sind $\frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____} \%$

Prozentrechnung

Der **Grundwert** G entspricht 100 %. Der **Prozentwert** W gibt an, um wie viel vom Grundwert es geht. Der **Prozentsatz** p % gibt an, wie groß der Anteil dieser Zahl am Grundwert ist.

Beispiel: 18 von 30 Schülern, also 60 %, malen gern:

$G = 30, W = 18, p = 60, p\% = 60\%$.

Berechnen des Prozentsatzes: $p\% = \frac{W}{G}$ oder $\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$

Berechnen des Prozentwertes: $W = p\% \cdot G$ oder $W = \frac{p \cdot G}{100}$

Berechnung des Grundwertes: $G = \frac{W}{p\%}$ oder $G = \frac{W \cdot 100}{p}$

Tipps zum Lösen von Prozentaufgaben findest du auch auf S. 140.

8 Berechne den Prozentsatz in deinem Übungsheft. Verwende die entsprechende Formel.

a) $W = 24; G = 200$

b) $W = 60; G = 1500$

c) $W = 396; G = 720$

d) $W = 559; G = 860$

e) $W = 61,2; G = 72$

f) $W = 12; G = 250$

9 Berechne den Prozentwert in deinem Übungsheft. Verwende die entsprechende Formel.

a) $p\% = 5\%; G = 600$

b) $p\% = 13\%; G = 300$

c) $p\% = 28\%; G = 1100$

d) $p\% = 14\%; G = 875$

e) $p\% = 2,5\%; G = 400$

f) $p\% = 0,9\%; G = 215,5$

10 Berechne den Grundwert in deinem Übungsheft. Verwende die entsprechende Formel.

a) $W = 154; p\% = 14\%$

b) $W = 324; p\% = 36\%$

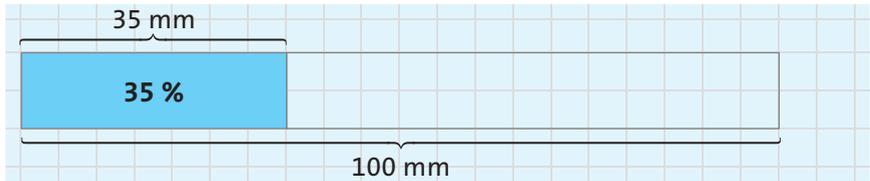
c) $W = 162; p\% = 9\%$

d) $W = 140; p\% = 14\%$

e) $W = 140; p\% = 2,5\%$

f) $W = 103,5; p\% = 7,5\%$

- 11** Saskias Lieblingsmüsli besteht aus 35 % Trockenfrüchten, 30 % Haferflocken, 25 % Cornflakes und 10 % Rosinen.
- Erstelle in deinem Übungsheft ein Kreisdiagramm mit den genannten Prozentsätzen.
 - Überlege dir, wie du die Werte in das unten abgebildete Streifen-diagramm eintragen kannst.



- 12** Berechne mithilfe der Formeln zur Prozentrechnung.
- Ein Handwerker stellt eine Rechnung über 3726 € aus. Hinzu kommen 19 % Mehrwertsteuer. Wie viel Steuern sind zu zahlen?
 - Eine Krankenkasse ersetzt 72 % der Kosten einer Zahnbehandlung. Das sind 2354,40 €. Wie hoch war die Arztrechnung?



- 13** Das Statistische Bundesamt hat zum Thema „Einwohner und Erwerbsbeteiligungen“ die folgende Statistik veröffentlicht:

| Einwohner und Erwerbsbeteiligung (Angaben in 1000) | |
|--|--------|
| Einwohner | 82 464 |
| Erwerbspersonen | 42 565 |
| Erwerbslose | 3 893 |
| Erwerbstätige | 38 672 |
| Arbeitnehmer | 34 317 |
| Selbstständige | 4 355 |
| Quelle: Statistisches Bundesamt | |

- a) Gib den Anteil der Erwerbspersonen bezogen auf die Einwohnerzahl an.
- b) Wie groß ist der Anteil der Arbeitnehmer bzw. der Selbstständigen unter den Erwerbstätigen?
- c) Wie viel Prozent der Bevölkerung sind nicht erwerbstätig?
- 14** Wegen eines Hagelschadens verkauft ein Autohaus einen Neuwagen mit einem Rabatt von 20 %. Er kostet jetzt nur noch 23 600 €. Wie hoch war der Preis des Neuwagens vor der Preissenkung?

- 15** Was sagst du zu diesem Zeitungsartikel?

Jeder Vierte will unsterblich sein

Einer Umfrage zufolge wollen 44% der Deutschen nicht älter als 80 Jahre werden. Höchstens 100 Jahre wollen 18% werden. Lediglich 4% hätten angegeben, sie wollten unsterblich werden.

- 16** Im Fahrstuhl eines Bürogebäudes befinden sich sechs Leute, das sind 50 % mehr als zugelassen. Wie viele Personen dürften eigentlich mit dem Fahrstuhl fahren?
- 17** Ein Fernseher kostet 490 €. Nach einer ersten Preissenkung um 5 % wird der ermäßigte Preis noch mal um 10 % reduziert. Um wie viel Prozent wurde der Fernseher insgesamt preiswerter?

2.3 Zinsrechnung

Zinsen

Zinsrechnung ist eine Anwendung der Prozentrechnung mit anderen Begriffen (↑ S. 141):

Grundwert G → **Kapital K**

Prozentsatz p % → **Zinssatz p %**

Prozentwert W → **Zinsen Z**

Berechnen des Zinssatzes: $p \% = \frac{Z}{K}$

Berechnen der Zinsen: $Z = K \cdot p \% = \frac{K \cdot p}{100}$

Berechnung des Kapitals: $K = \frac{Z}{p \%} = \frac{Z \cdot 100}{p}$

Beispiel: Legt man ein Kapital von 1200 € bei einem Zinssatz von 3,5 % an, erhält man nach einem Jahr $Z = K \cdot p \% = 1200 \cdot 3,5 \% = \frac{1200 \cdot 3,5}{100} = 42$ € Zinsen.

18 Berechne die fehlenden Angaben in deinem Übungsheft.

| | | | | |
|-------------------|-----|-----|-----|-------|
| Kapital K in € | 600 | 800 | | 7124 |
| Zinssatz | 3 % | | 2 % | 1,5 % |
| Jahreszinsen in € | | 40 | 24 | |

19 Michelle hat auf ihrem Sparbuch ein Guthaben von 500 €, das mit 2,5 % verzinst wird. Welche Zinsen bekommt sie in der Zeit vom 15. April bis zum 20. Oktober? (Runde!)

Anlagezeit in Tagen: $t = 15 + \underline{\hspace{2cm}} \cdot 30 + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Somit betragen die Zinsen:

$$Z_t = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360} = \frac{500 \cdot \underline{\hspace{2cm}} \cdot \underline{\hspace{2cm}}}{100 \cdot 360} = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 20 Eine Firma nimmt bei der Bank ein Darlehen von 8000€ zur Renovierung einiger Büroräume auf. Der Zinssatz beträgt 6,9%. Wie viel Zinsen muss die Firma pro Jahr an die Bank bezahlen, solange sie nichts an die Bank zurückgezahlt hat?
- 21 Ein Konto A mit 3,7% Verzinsung bringt nach einem Jahr 26,64€ Zinsen. Ein Konto B, das mit 4% verzinst wird, bringt nach einem Jahr 28,72€ Zinsen. Auf welchem Konto befand sich am Anfang des Jahres der höhere Geldbetrag?
- 22 Ein kleines Unternehmen möchte ein Darlehen über 20 000€ für einen Geschäftswagen aufnehmen und lässt sich von verschiedenen Banken folgende Angebote unterbreiten. Bank A: „Wir können Ihnen einen Zinssatz von 7,5% anbieten.“ Bank B: „Bei uns zahlen Sie monatlich nur 158,34€ Zinsen.“ Welches ist das günstigere Angebot?
- 23 Ein Kreditinstitut wirbt: „Wir leihen Ihnen 1000€ und Sie zahlen 199€ Zinsen im ersten Jahr!“ Wie hoch ist der Zinssatz? Was hältst du von diesem Angebot?



Zinseszins

Nach einem Jahr erhöht sich das Guthaben um die Zinsen. Für die Zinsen erhält man ebenfalls wieder Zinsen, die **Zinseszinsen**.

Das Guthaben, das aus dem Kapital nach mehreren Jahren erwächst, berechnet man entweder Jahr für Jahr oder durch wiederholte Multiplikation des Kapitals mit dem Faktor $q = \left(1 + \frac{p}{100}\right)$.

Beispiel: Für zwei Jahre ergibt sich:

$$K_2 = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$$

Für n Jahre lautet die Formel: $K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

Beispiel: Ein Kapital von 2200 € ist bei einem Zinssatz von 6 % nach drei Jahren also auf $K_3 = 2200 \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right)^3 = 2620,24$ € angewachsen.

- 24** Frau Sommer hat 2012 einen Betrag von 2400 € auf ihrem Sparbuch. Der Zinssatz beträgt 2,5 %. Nach einem Jahr werden die angefallenen Zinsen nicht ausbezahlt, sondern das Geld verbleibt auf dem Konto. Wie verändert sich ihr Kontostand nach einem (zwei) weiteren Jahr(en), wenn sie in der Zwischenzeit weder Geld abhebt noch ein-zahlt?

| | Guthaben | Zinsen | Neues Guthaben |
|------|----------|--------|----------------|
| 2012 | 2400 € | 60 € | 2460 € |
| 2013 | 2460 € | | |
| 2014 | | | |

- 25** Berechne das Kapital nach 5 Jahren, wenn in dieser Zeit 3800 € mit Zinseszinsen bei einem Zinssatz von 2,78 % p.a. angelegt werden.

26 Berechne mithilfe des Taschenrechners und notiere deine Ergebnisse.

| | K_0 | $p\%$ | n | q | K_n |
|----|----------|--------|-----|-----|-------|
| a) | 4700 € | 4 % | 5 | | |
| b) | 12 000 € | 5,2 % | 7 | | |
| c) | 3550 € | 3,75 % | 6 | | |

- 27** Für wie viel Jahre muss ein Kapital von 500 € angelegt werden, damit es sich bei einem Zinssatz von 4,5 % mit Zinseszinsen verdoppelt? Was passiert bei einem Anfangskapital von 2000 €, wenn sich die anderen Bedingungen nicht ändern?
- 28** Für einen Kredit sind im Jahr 12 % Zinsen zu bezahlen. Wie teuer ist ein Kredit von 15 000 €, wenn er nach ...
- 5 Monaten zurückgezahlt wird?
 - 5 Jahren zurückgezahlt wird, und zwar einschließlich der Zinsen?
- 29** Vergleiche Modell I und Modell II zur Geldanlage für einen Zeitraum von drei Jahren und ein Anfangskapital von 2000 €.
- Modell I: Zinssatz 4,28 % p.a. (pro Jahr) fest in jedem Jahr.
 Modell II: Zinssatz im ersten Jahr 3,75 %, im zweiten Jahr 4,25 %, im dritten Jahr 4,4 %.
- 30** Auf welchen Betrag wächst ein Kapital von 12 000 € nach fünf Jahren (mit Zinseszins) bei einem Zinssatz von 3 % an? Wie viel Zinsen hätte man insgesamt erhalten, wenn man den Jahreszins jeweils am Ende des Jahres abgehoben hätte? Vergleiche.