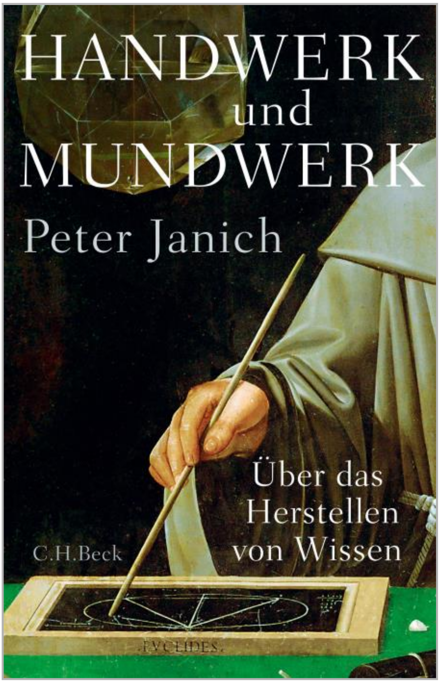
C.H.BECK
www.chbeck.de

Unverkäufliche Leseprobe



Peter Janich
Handwerk und Mundwerk
Über das Herstellen von Wissen

372 Seiten. Gebunden
ISBN: 978-3-406-67490-7

Weitere Informationen finden Sie hier:
http://www.chbeck.de/14274246

Einführung

1 Banausen und Philosophen

Als Banause möchte niemand gelten. Wer so tituliert wird, hat sich als unwissend oder unqualifiziert in Sachen Kultur oder Kunst (einschließlich der Kochkunst) gezeigt. Und doch kommt das Wort «Banause» vom altgriechischen *bánausos* und heißt dort einfach «Handwerker». Wie konnte es dazu kommen, dass eine unverdächtige Bezeichnung zum Schimpfwort wurde, das einen ganzen Berufsstand diskreditiert?

Die Antwort findet sich bei Philosophen, genauer bei den altgriechischen Philosophenfürsten Platon und Aristoteles. Sie hatten ein aus heutiger Sicht sonderliches Verhältnis zur körperlichen Arbeit, die man als freier Bürger, als *polítes* in der (uns immer als Wiege der Demokratie empfohlenen) *pólis* doch lieber den Frauen, den Sklaven, den Periöken (bäuerlichen Umlandbewohnern) und eben den Banausen, also den Handwerkern überließ. Selbst widmete man sich der Politik, also den Angelegenheiten der *pólis*, oder man befasste sich mit Wissenschaft und Philosophie, was damals noch weitgehend dasselbe war, oder man zog für seinen Stadtstaat in den Krieg.

Hinter der Geringschätzung des Handwerks stand aber noch ein anderer Gedanke als der einer bestimmten Arbeitsteilung im (Stadt-)Staat, nämlich ein ethischer: Der Handwerker, etwa ein Schreiner, der einen Tisch oder ein Bett herstellt, übt seine Tätigkeit immer um einer anderen Sache willen aus. Er verfolgt einen nicht in der Tätigkeit selbst liegenden Zweck. Es geht ihm etwa um nützliche Möbel. Das heißt, der Sinn seiner Tätigkeit liegt außerhalb dieser. Als ethisch wertvoll galt aber den (in anderen Fragen keineswegs immer gleichgesinnten) Philosophen Platon und Aristoteles nur die Tätigkeit, die um ihrer selbst willen ausgeübt wird – so, wie das Glück im Gegensatz zum Geld nur um seiner selbst, nicht um einer anderen Sache willen angestrebt wird.

Als edelster Gegenstand, der um seiner selbst willen angestrebt wird, galt die Erkenntnis. Und als deren Zugang und Form galt die Theorie, vom altgriechischen Wort *theoreĩn* (zuschauen) abgeleitet. Der Theoretiker ist also Zuschauer, dem Wortursprung nach bei religiösen Riten (von *theós*, göttlich), später auch der offizielle Zuschauer bei den klassischen olympischen Spielen, also der Sportfunktionär und Reporter, der seiner Gemeinde vom Verlauf und vom Abschneiden der eigenen Leute berichtete. Schon damals stand der Theoretiker im Gegensatz zum Praktiker oder besser, zum Arbeiter und Handwerker. Zu diesen zählte damals auch der Poet, der als griechischer *poiétes* und als lateinischer *poeta* (von griechisch *poié ìn*, herstellen) nur ein Hersteller von Gedichten und Schauspielen, nicht aber ein Erkennender und Wissender war. Und selbst der heute noch berühmte Archimedes galt wegen seiner handwerklich-technischen Erfindungen wenig und war Wissenschaftler nur als Verfasser einer Theorie (zur Statik und Optik).

Natürlich kann man fragen, wieso und wie sich diese Philosophien in einer Wertschätzungshierarchie wiederfinden konnten, die uns auch noch heute geläufig ist. Hört man sich heute im akademischen Betrieb um, dann gilt der Theoretiker mehr als der Praktiker. Der Physiker ist angesehener als der Ingenieur, und dieser wieder mehr als der Handwerker, dem der Physiker doch seine Geräte und der Theoretiker die Daten des Experimentalphysikers verdanken. Eine groteske Form dieser Hierarchie wird aktuell in der Wertschätzung von Erziehungstheoretikern durch Politiker sichtbar. Als Ratgeber der Politik muss der Erziehungswissenschaftler weder nachweisen, dass er selbst «erziehen», «bilden» oder «ausbilden» kann, noch gar, dass er die angestrebten Inhalte der (Aus-)Bildung selbst beherrscht. Er soll als zuständiger Theoretiker nur sagen, worüber, worin oder wie die zu Belehrenden zu belehren sind.

Tatsächlich waren es nicht etwa Politik oder Ethik, deren Geringschätzung des Handwerks historisch gewirkt hat, sondern der Niederschlag dieser Philosophie in den Anfängen der abendländischen Wissenschaften, vor allem in der Geometrie. Sie galt damals als Prototyp von Erkenntnis einer wissenschaftlichen, also auf Begründungen beruhenden Form. Sie war *epistéme* (Wissen, Wissenschaft) im Unterschied zur bloßen *dóxa*, das heißt, der bloßen Meinung oder dem Anschein, und sie hatte, historisch höchst wirksam, die (sprachliche) Form der Theorie.

Hier trennen sich die Wege von Platon und Aristoteles, weil Ersterer den Gegenstand der Geometrie im Reich der Ideen angesiedelt hat, Letzterer aber geometrische Formen als Abstraktionen (*aphaíresis*) aus handwerklich geformten Objekten ansah, etwa den Kreis als abstrahiert, wörtlich «abgezogen», aus kreisrunden, auf der Töpferscheibe hergestellten Objekten.

Aus heutiger Sicht leiden wir – neben der Geringschätzung des Handwerks – immer noch unter den Folgen dieses Gegensatzes der platonischen und der aristotelischen Auffassung von Geometrie, die ja schon in der Antike mit Euklid einen ersten, großartigen Abschluss fand. Aber leider war sie ein totaler Fehlstart der Wissenschaftsphilosophie und der Erkenntnistheorie.

Diese Folgen sind das Thema des vorliegenden Buches. Die Rolle von Handwerk und ihrer avancierten Form, der modernen Technik, für die mathematischen, die Natur- und die Informationswissenschaften werden von Anfang an falsch eingeschätzt. Dabei wohnt jeder technischen Herstellung von Objekten oder Vorgängen eine eigene Rationalität, eine eigene Logik inne, die weder in den Wissenschaften allgemein noch in den Naturwissenschaften im Besonderen gesehen wurden. Leider hat die Abwertung von Handwerk und Technik dann auch zu eigenen, die Naturwissenschaften weit überschätzenden Philosophien geführt und darüber hinaus die gesamte Kultur und die öffentliche Meinung infiziert. Sogar unser Menschen- und unser Weltbild sind nicht verschont geblieben.

Selbst das Mundwerk als kultürlicher Gegenpol zum Handwerk, also die Sprache und die sprachlichen oder sprachabhängigen Kulturleistungen des Menschen nicht nur in den wissenschaftlichen und philosophischen Theorien sind betroffen von der fehlenden Einsicht in die Bedeutung und die Logik des Handwerks. Das soll in diesem Buch aufgewiesen werden.

Bücher sind freilich selber zwangsläufig vor allem Mundwerk, ohne welches die handwerkliche Herstellung der Bücher durch Drucker und Buchbinder keinen Gegenstand hätte. Deshalb soll sich dieses Buch immer wieder auf das berufen, was auch dem Laien handwerklich einsichtig weil nachvollziehbar ist. Details, die den Fachwissenschaftler oder den Fachphilosophen interessieren mögen, sind in einen Anmerkungsteil am Ende des Buches ausgelagert. Dort ist auch gelegentlich die genaue Erläuterung oder Begründung für Thesen im Text nachzulesen.

Immerhin lässt sich schon zu Beginn dieser Überlegungen sagen, dass das Mundwerk sich das Handwerk zum Vorbild nehmen kann und sollte. Denn nicht die mundwerkliche Beschreibung oder Erzählung des handwerklichen Machens, sondern nur das handwerkliche Machen selbst, sein Vollzug und seine Produkte zählen. Sie zählen als Anfänge in mehrfacher Hinsicht, als Anfang der Geschichte, der Lehrbarkeit oder des Geltungsnachweises von Wissenschaft und ihrer Theorien. Das lässt sich mundwerklich in einem Buch nachahmen durch konkrete Beispiele. Sie erläutern, ja sie realisieren Thesen dieses Buches. Soweit möglich, sollen diese Beispiele sogar für Handlungen stehen, die der Leser prinzipiell, das heißt, wenn er nur möchte, selber tatsächlich und nicht nur gedanklich vollziehen kann.

Deshalb werden hier auch keine «anschaulichen» Beispiele versprochen, weil das Anschauen selbst die Grundtätigkeit des Theoretikers ist. Unsere Beispiele sollen vielmehr «praktisch» in dem Sinne sein, dass sie auf das *práttein*, auf das Handeln von Akteuren beziehungsweise auf das Handeln des Lesers zurückführen.

2 Ziele und Wege (Programm und Inhalt dieses Buches)

Das philosophische Erbe der Antike ist unser erster Gegenstand. Er lässt sich bestens erläutern am Gegensatz der platonischen und aristotelischen Antworten auf die Frage, wovon Geometrie handelt, von Ideen oder von Formen realer, handwerklich hergestellter Alltagsdinge. Denn die Geometrie war kulturhistorisch die erste zu hoher Reife gebrachte Wissenschaft überhaupt, hat deren theoretische Form bis heute beeinflusst und ist für die Entstehung der klassischen und der modernen Naturwissenschaft maßgeblich geworden.

Deshalb beginnt dieses Buch mit der Geometrie und ihrem historischen Schicksal zwischen Handwerk und Mundwerk. Dieser Anfang führt zwangsläufig vom antiken Euklid bis zur relativistischen Physik Albert Einsteins, die ihrerseits wie ein Donnerschlag auf die Philosophie gewirkt hat.

Das Dilemma der heute vorherrschenden Meinungen liegt darin, dass der historische Gang der mathematischen und der Naturwissenschaften als große Erfolgsgeschichte der Aufklärung und der Vernunft erzählt wird. Einwände werden angesichts der Durchschlagskraft der herrschenden Meinung nicht wirklich ernst genommen. Vor allem aber bleibt man gern bei der Mehrheitsmeinung, wenn man keine Alternativen kennt. Hier soll gerade die Alternative zur Mehrheitsmeinung vorgestellt werden. (Irrtümlich wird diese Durchschlagskraft gern mit dem Erfolg der Technik als «angewandter» Wissenschaft begründet.)

Deshalb muss gegen den Goliath des Mundwerks in den Wissenschaften der kleine David seine handwerkliche Schleuder führen. Das heißt, für die Geometrie muss eine handwerkliche Lösung der wichtigsten mathematischen, naturwissenschaftlichen und philosophischen Probleme angeboten werden. Das geschieht in Kapitel II.

Kein anspruchsvolles Handwerk ist sprachlos. Rückt man einer mathematischen Theorie handwerklich zu Leibe, kommt es auf die mundwerkliche Klarheit der Sprache des Handwerks an. Deshalb folgt eine kleine Philosophie des Handwerks. Man könnte paradox formulieren, es folgt eine pragmatische Theorie des Handwerks (Kapitel III).

Traurig wäre es, wenn diese mundwerklich ausgerüstete Handwerkskunst nur auf Geometrie beschränkt wäre. Aber die Geometrie hat gleichsam das Netz geliefert, das die neuzeitliche Physik über die Natur geworfen hat, um sie mathematisch zu erfassen. Auch die Uhrmacher und die Waagen- und Wagenbauer, die Experimentatoren und die Fernrohrgucker sind immer zugleich Hand- und Mundwerker. Das lässt sich leicht vergessen, wenn man in diesen Rollen zum Weltbildkonstrukteur und Metaphysiker wird.

Ist es also die Natur, die über den Weg der Erfahrung den Gang der Naturwissenschaften erklärt oder gar erzwingt? Oder ist es doch die Kultur, die seit den Ackerbauern, Vieh- und Pflanzenzüchtern sowie anderen Kultivatoren natürlicher Verhältnisse der Erkenntnis den Weg weist? Hier darf der handwerkliche David nicht auf den Mund gefallen sein, denn der heute herrschende Naturalismus ist ein mundwerklicher Goliath von eindrucksvoller Größe. Die kleine Philosophie des Handwerks muss sich also mundwerklich beweisen gegenüber den Allgemeinplätzen der Wissenschaftsphilosophie – zunächst der Physik (Kapitel IV).

Der philosophische Blick auf die Physik als Handwerk ist selbst wieder nur Mundwerk. Da kann es doch wohl nicht sein, dass die Einsichten in die Vernunft des Handwerks dort keine Rolle spielen. Also wird das Mundwerk selbst in einer kleinen Philosophie zu reflektieren sein. Die Rolle der methodischen, also zum Erfolg des Handwerks führenden Reihenfolgen im Reden muss deutlich gemacht werden.

Das geht nicht ohne ein metaphorisches Handwerken, nämlich nicht ohne das Rekonstruieren der für Wissenschaft und Kultur erforderlichen Sprache. Gleichsam von selbst landet man dort bei der sprachlichen Verhandlung verschiedener Typen von Geltung in den Wissenschaften. Dem Prinzip «alles ist Natur, und der Mensch ist nur ein Teil davon», das der Wissenschaft die Geltung sichern soll, wenn sie die Natur beschreibt, ist das Zuschreiben als zwischenmenschliche Zuweisung von Urheberschaft und Verantwortung entgegenzusetzen (Kapitel V).

Wenn so die Geometrie und die Physik als Leitwissenschaften für eine Philosophie des Handwerks ebenso wie für eine Philosophie des Mundwerks Pate stehen, fällt leicht das philosophische Stiefkind «Chemie» unter den Tisch. Dabei ist alles, was unter die Bezeichnung «chemisch» fällt, schon von den frühesten Anfängen menschlicher Zivilisation und Kultur geradezu überlebenswichtig. Das Gewicht der Chemie, die bei ihrer Ausbildung zur mächtigen Industrie ebenso einen Sonderweg genommen hat wie beim Einzug in den akademischen Betrieb, ist für unsere ökonomische, ökologische, medizinische und technische Welt gegenwärtig vielleicht die wichtigste Disziplin, ohne die auch eine andere zivilisatorische Neuerung, nämlich die Informationstechnik, nicht in Gang gekommen wäre. Also erhält die Chemie im Spannungsfeld von Handwerk und Mundwerk die ihr zustehende Aufmerksamkeit (Kapitel VI).

Was aber ist mit den Wissenschaften und ihren Erkenntnissen, die im engeren Sinne keine Mess- und Experimentiermaschinen, keine Laborphysik und -Chemie, keine Fernrohre und Mikroskope betreffen, sondern tatsächlich natürliche Dinge auf unserer Erde, also Pflanzen, Tiere und Menschen? Wie soll da beim Thema «Leben» und seiner naturgeschichtlichen Wandlung ein Handwerker mitreden können? Dort geht es doch um Natur im ursprünglichen Sinne. Lebenswissenschaften einschließlich einer Geschichtsschreibung, die sich gerade mit vormenschlichen Formen des Lebens befasst, stehen doch nicht nur auf den ersten Blick außerhalb des handwerklich Herstellbaren!

Nach der aus Handwerk und Mundwerk zusammen kommenden Einsicht, dass eine Sache und das Reden über eine Sache zwei sehr verschiedene Dinge sind, wird auch in den Lebenswissenschaften das Wissen über das Leben, das selbstverständlich in Sprache formuliert werden muss, vom Leben selbst zu unterscheiden sein. Der Blick auf die Lebenswissenschaften zeigt sehr schnell, dass nicht nur Organe wie handwerkliche

Werkzeuge, und Organismen wie komplexe Maschinen beschrieben werden, sondern dass auch das Wissen über Abstammung und Vererbung nur durch handwerklichen Eingriff auf Pflanzen- und Tierzüchtung gewonnen werden kann. Das überträgt sich auch auf die Wissenschaft von der Evolution sowie deren Verlängerung in eine evolutionäre Erkenntnistheorie hinein. Und es beeinflusst unser Verhältnis zu unseren Tieren und unser Bild vom Menschen (Kapitel VII).

Wie reden die Wissenschaften, die dem Menschen in naturwissenschaftlichen Labors handwerklich nachspüren, die auf Spurensuche nach Geist und Seele seinen Leib auf die Waage oder in den Tomographen legen? Sind die Aufreger der Natur- und Technikwissenschaften, nämlich das Leib-Seele-Problem oder das Körper-Geist-Problem und ihre Folgen, ein Problem des Handwerks oder des Mundwerks, vielleicht gar nur ein mundwerkliches Scheinproblem? Dies führt zwangläufig zur weiteren Frage, welche besonderen, handwerklichen und mundwerklichen Leistungen des Menschen von Maschinen übernommen werden können. Die heute unser Alltagsleben massiv verändernde Informationstechnik sowie die sie tragenden Disziplinen bilden ein weiteres Feld, auf dem sich das Zusammenwirken von Handwerk und Mundwerk als Quelle vielfacher Aufklärung erweist.

Deshalb wird dieses Kapitel (Kapitel VIII) sich mit der Information und ihrer Technik befassen, von den alltäglichen Helferlein vom Telefon bis zu Big Data und zur Robotik, die ja alle nur als Produkte eines mundwerklich instruierten Handwerks auf der Welt sind.

In der Summe (Kapitel IX) wird sich Erstaunliches zeigen: Die Geringschätzung der Banausen im alten Griechenland hat sich wie eine Spur in die Geschichte der abendländischen Kultur eingegraben und bestimmt unerkannt selbst unseren gegenwärtigen Alltag. Aber Spuren muss man lesen können, und dafür möchte dieses Buch eine Hilfe sein.

I Geometrie, die Leitdisziplin abendländischer Welterkenntnis

Geometrie ist nicht nur die älteste Wissenschaft, die diesen Namen auch aus heutiger Sicht verdient. Und sie ist nicht nur ein Vorbild für die sprachliche Form von Wissenschaft in einer Theorie geworden, in der man – *more geometrico*, nach Art der Geometrie – einen Überblick über das gesamte Wissen dieses Bereiches gewinnt und jedes Einzelergebnis aus wenigen Grundsätzen ableiten kann. Sondern die Geometrie ist auch das alles prägende Werkzeug geworden, mit dem die Naturwissenschaften und die Technik die gesamte natürliche und künstliche Welt unter mathematische Maßstäbe gebracht haben. Sie hat, mit ersten großartigen Erfolgen schon in der antiken Astronomie, dann in der Mechanik des 17. Jahrhunderts, ein Koordinatennetz über die Erde und das Weltall, über Bauwerke und Maschinen, über Lebewesen und Kunstwerke geworfen, das unsere heutige Weltsicht prägt.[1]

Nicht zuletzt ist sie, nicht trotz, sondern gerade wegen dieses großen Erfolgs, Ort und Ursprung von Missverständnissen geworden, die sich durch die gesamte abendländische Kulturgeschichte ziehen, unsere Gegenwart belasten und in der Perspektive «Handwerk vor Mundwerk» Thema dieses Buches sind. Deshalb wird hier im ersten Schritt ein Blick auf ihre historischen Anfänge geworfen, um im zweiten Blick (Kapitel III) dann den Defiziten der historischen Form zu begegnen.

1 Euklid – geometrisches Handwerk oder Mundwerk?

Euklid lehrte Mathematik in Alexandria. Man weiß wenig über sein Leben und vermutet, er sei um 295 v. Chr. geboren, von den Philosophen Eudoxos und Theaitetos beeinflusst und wahrscheinlich an der Athenischen Akademie Platons ausgebildet. Er hat, wie man heute sagen würde, eines der erfolgreichsten Bücher der Weltgeschichte geschrieben, gemessen an der Zahl der Sprachen, in die sein Buch «Die Elemente» übersetzt wurde, oder gemessen an den über 2000 Jahren, die das Buch konkurrenzlos als Lehrbuch der Geometrie in Gebrauch war.[2]

Die 13 Kapitel («Bücher») seiner «Elemente» (*stoichéìa*) beginnen mit der Geometrie der Ebene («Planimetrie»), nicht anders als für den heutigen Geometrieschüler, der sich zum Einstieg in das neue Schulfach neben dem obligatorischen Schulheft und einem Zeichenstift erst einmal einen Zirkel, ein Lineal und zwei Geodreiecke kauft. Aus heutiger Sicht (und damaliger Praxis) beginnt der Einstieg in diese Wissenschaft also mit handwerklichen Erzeugnissen sowie selbst als handwerkliche Kunst. Man erlernt, wie man Geraden und Winkel zeichnet, ein Lot errichtet oder fällt, gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke konstruiert, von einem Punkt aus eine Tangente an einen Kreis legt, und nicht zuletzt, wie man zu einer Geraden durch einen Punkt, der nicht auf ihr liegt, eine Parallele konstruiert. (Die Parallelen haben die ganze Geistesgeschichte über Immanuel Kant bis zu Albert Einstein und darüber hinaus beeinflusst und werden uns noch beschäftigen.)

Die platonischen Körper Euklid wird aber wohl von niemandem als Handwerker in dem Sinne gesehen, dass er eine Wissenschaft vom Zeichnen ebener Figuren begründet oder zusammengefasst hat. Außerdem geht Euklid ab dem 11. Buch über die Zeichenpraxis hinaus und behandelt räumliche, dreidimensionale Gebilde wie Kugel oder Kegel. Sie entstehen bei ihm durch Rotation von Halbkreis oder Dreieck. Aber was rotiert denn da, platonische Ideen oder aristotelische Abstraktionen? Ein sich drehender Halbkreis, ein sich drehendes Dreieck? Wer kann diesen Worten etwas Anderes beilegen als etwas primär Handwerkliches, das Hantieren mit Halbkreisen oder Dreiecken aus Papier oder Holz? Dennoch wurde auch dies nirgends als Handwerk gesehen. Denn entscheidend für die Einschätzung des Werkes von Euklid ist vor allem der allerletzte Lehrsatz des letzten, also des 13. Buches. Dort behauptet Euklid etwas durchaus Frappierendes: Es gibt genau fünf reguläre, von einer Kugel umfasste räumliche Gebilde, nicht mehr und nicht weniger. Euklid hat sie vorher der Reihe nach durch ausdrückliche Konstruktion vorgeführt. Es sind dies

– der Vierflächer (Tetraeder), das heißt eine Pyramide, die von vier gleichseitigen Dreiecken begrenzt wird,

– der Sechsflächer (Hexaeder), bekannter als Würfel, der von sechs Quadraten gebildet wird,
– der Achtflächer (Oktaeder), der aus acht gleichseitigen Dreiecken besteht, von denen je vier eine Pyramide mit quadratischem Grundriss bilden,
– der Zwölfflächer (Dodekaeder), der aus zwölf gleichseitigen Fünfecken besteht,
– und der Zwanzigflächer (Eikosaeder), der aus zwanzig gleichseitigen Dreiecken gebildet wird.

Diese regulären Polyeder («Vielflächer»), deren Ecken also auf einer Kugel liegen, und die von regulären (gleichseitigen, gleichwinkligen, jeweils deckungsgleichen) Polygonen (Dreieck, Quadrat, Fünfeck; ihre Ecken liegen auf einem Kreis) begrenzt werden, heißen auch «die (fünf) platonischen Körper».[3]

Wie selbstverständlich hat man sich jetzt mundwerklich auf eine Rede von räumlichen Formen eingelassen, auf deren Größe es (sehr im Unterschied zu jedem handwerklichen Produkt) nicht anzukommen scheint. Ein Tetraeder oder Würfel ist eben ein Würfel, gleich, wie groß er ist. Ein Würfel kann selbst aus acht Würfeln zusammengesetzt werden, wie jedes Kind schon an geeigneten Bauklötzen lernen kann. Wir kommen auf dieses Verhältnis von Form und Größe zurück, in dem schon ein Verhältnis von Mundwerk und Handwerk aufzuleuchten scheint.

Man sollte sich ruhig darauf einlassen, einen Satz und seinen Beweis frappierend zu nennen, wonach es genau fünf Exemplare von Figuren eines genau bestimmten Typs geben soll, nicht weniger und nicht mehr. Denn dies liegt im Bereich der Mathematik, also einer Wissenschaft, die ihre Gegenstände frei erfindet. Dann kann man ahnen, warum die alten Philosophen glaubten, hier etwas «Absolutem» auf der Spur zu sein. Nur in diesem Zusammenhang ist nachzuvollziehen, wieso im Altgriechischen ein und dasselbe Wort, *kósmos*, die Bedeutungen Ordnung, Schönheit und Weltall annehmen kann.

Die platonischen Körper spielen sowohl für die Ideenlehre und damit für die ganze Philosophie Platons als auch speziell für seine Kosmologie eine tragende Rolle. Vier dieser Formen werden den irdischen Elementen Erde, Wasser, Luft und Feuer zugeordnet, und die fünfte (der Dodekaeder) entspricht dem himmlischen Element des Äthers (lateinisch der Quintessenz, dem fünften Stoff).

Wegen dieser herausragenden Platzierung des Euklidischen «Königstheorems», wonach seine ganze Geometrie auf den Nachweis hinauszulaufen scheint, dass es genau fünf platonische Körper gibt, hat man Euklid auch für einen Platoniker gehalten. Damit wäre er wohl ein reiner Mundwerker, der eine Theorie über Gegenstände eines Ideenhimmels sprachlich formuliert. Da er andererseits Elemente der aristotelischen Wissenschaftslehre umsetzt, etwa bei seinen Postulaten und Axiomen, gilt er auch als Aristoteliker. Für unsere Überlegungen kommt es darauf nicht an. Vielleicht war Euklid ja vor allem «Euklidiker» und hatte seinen eigenen philosophischen Kopf? Man muss jedenfalls neu darüber nachdenken, ob die Geometrie eher platonisch als Mundwerk oder eher aristotelisch als abstrahierende Wissenschaft von handwerklichen Produkten anzusehen ist, oder ob diese Charakterisierungen der Geometrie vielleicht nicht beide irreführend sind.

2 Geometriebegründung durch Arbeit oder Diebstahl?

Der für die Wissenschaftsphilosophie des 20. Jahrhunderts bedeutende Mathematiker, Logiker und Philosoph Bertrand Russell hat 1923 in einem Aufsatz sinngemäß geschrieben, die Methode der Begründung verhält sich zur Methode des Postulierens wie ehrliche Arbeit zu frechem Diebstahl. Wir fragen deshalb, wie es bei Euklid mit dem Begründen und dem Postulieren steht, um der Frage «Geometrie, Handwerk oder Mundwerk?» und damit der Frage «Wovon ist Geometrie eine Wissenschaft?» näher zu kommen.

Euklid beginnt mit drei Sorten von Sätzen,

– den *hóroi* (wörtlich: Grenzen, Abgrenzungen, lateinisch *Definitionen*)
– den *aitémata* (wörtlich: Forderungen, lateinisch *Postulate*), und
– den *axiómata* (wörtlich: für würdig, angemessen oder wahr gehaltene Grundsätze, lateinisch eigentlich *Prinzipien* genannt, aber meistens als das höchst unterschiedlich verstandene Wort *Axiom* übernommen).

Für den Blick auf das Handwerk stechen sofort die Postulate ins Auge. In einer klassischen Übersetzung (vgl. Anmerkung 2) lauten sie bei Euklid:

«Gefordert soll sein:

1. Daß man von jedem Punkt nach jedem Punkt die Strecke ziehen kann,

2. Daß man eine begrenzte gerade Linie zusammenhängend gerade verlängern kann,
3. Daß man mit jedem Mittelpunkt und Abstand den Kreis zeichnen kann,
4. Daß alle rechten Winkel einander gleich sind,
5. Und daß, wenn eine gerade Linie beim Schnitt mit zwei geraden Linien bewirkt, daß innen auf derselben Seite entstehenden Winkel zusammen kleiner als zwei Rechte werden, dann die zwei geraden Linien bei Verlängerung ins Unendliche sich treffen auf der Seite, auf der die Winkel liegen, die zusammen kleiner als zwei Rechte sind.»

Wir unterstellen hier für den Moment, dass die in diesen Postulaten vorkommenden geometrischen Fachausdrücke dem Leser verständlich sind, weil er sie im Alltag oder im Geometrieunterricht der Schule gelernt hat, oder weil er die Definitionen Euklids kennt. Letztere sind jedoch nicht unproblematisch. Doch zu dieser Seite des geometrischen Mundwerks kommen wir später.

Postulate: wer fordert was, und von wem? Ganz klar betreffen die ersten drei Postulate das Zeichnen von Linien, also eine handwerkliche Tätigkeit. Aber was soll es heißen, dass die *Durchführbarkeit* dieser Tätigkeiten *gefordert* wird? Ist das ein Können des Zeichners? Wer fordert da von wem was, und mit welcher Berechtigung? Vielleicht kann man sich erst einmal mit der Annahme beruhigen, Euklid zähle hier nur auf, was der Schüler vor Einstieg in die Theorie handwerklich gelernt haben sollte, damit er anfangen kann, eine Theorie darüber zu erlernen.

Sehr weit reicht diese Beruhigung allerdings nicht, und zwar aus zwei Gründen: die von Euklid angebotenen Definitionen von Punkt, Strecke, Linie, Gerade, Mittelpunkt und Kreis beziehen sich – vergleiche unten – überhaupt nicht auf das Zeichnen, und die Postulate 4 und 5 sind erkennbar nicht auf das Können eines Zeichners bezogen. Denn Postulat 4 hat die Form einer *Behauptung* (alle rechten Winkel sind einander gleich), und Postulat 5 spricht gar von unendlicher Verlängerung einer Linie, bei der sich jeder Zeichner schwertun dürfte.

Hier wollen wir nicht auf die sehr umfangreiche und rund 2000 Jahre andauernde Debatte unter Mathematikern, Historikern und Philosophen eingehen, die natürlich alle gesehen haben, dass das Postulat 5, das als «Parallelenpostulat» berühmt und berüchtigt wurde, von anderer Art ist als die ersten drei oder vier Postulate. Und wir wollen hier nicht nachweisen, sondern einfach zustimmend übernehmen, dass Mathematiker das Parallelenpostulat logisch äquivalent ersetzen konnten durch einen einfacheren, leichter überschaubaren Satz – der heute *Parallelenaxiom* heißt (die moderne Mathematik macht keinen Unterschied mehr zwischen Postulaten und Axiomen und hat damit schon das Handwerk aus der Geometrie hinauskomplimentiert):[4]

Die parallelen Bahnschienen Für diese moderne Reformulierung wird vorab definiert: «Zwei Geraden heißen parallel, wenn sie ein gemeinsames Lot haben», das heißt, wenn es eine dritte Gerade gibt, die auf den beiden ersten senkrecht steht. Dies ist also die *Parallelendefinition*. Damit lässt sich das *Parallelenaxiom* so formulieren: «Steht eine beliebige weitere Gerade senkrecht auf einer von zwei Parallelen, so steht sie senkrecht auch auf der anderen Parallelen.» (Dass sich das Ganze in der Ebene abspielt, ist ausdrückliche Voraussetzung.)

Man denke an das Beispiel einer geraden Gleisstrecke der Bahn (dass die Erde eine Kugel ist, übersehen wir dabei großzügig und stellen uns den Gleisbau auf einer Ebene wie dem Tisch der Modelleisenbahn vor). Die Parallelität der beiden Schienen wird durch eine einzige Bahnschwelle definiert, die auf beiden Schienen senkrecht steht. Dann behauptet das Parallelenaxiom für alle anderen Bahnschwellen: stehen sie auf einer der beiden Schienen senkrecht, so auch auf der anderen.

Der Witz dieser Umformulierung liegt für uns darin, dass man mit ihr eine logische Form gefunden hat, die zeigt, was genau hier axiomatisch behauptet wird: wenn es für zwei Geraden ein gemeinsames Lot gibt, so sind alle Lote auf einer der beiden Geraden auch Lote auf der anderen.

Man muss kein Experte der Logik sein, um zu sehen, dass dieser Satz nicht schon aus Gründen der Logik gelten kann. Denn der Schluss von Einem auf Alle gilt logisch bekanntlich nicht. Hier muss also zusätzlich etwas behauptet werden. Und tatsächlich wird hier von Euklid eine starke Behauptung aufgestellt bzw. als gültig postuliert. Ist das Parallelenaxiom nun ein Diebstahl im Sinne von Bertrand Russell? Da sich bei Euklid (und übrigens auch in der heutigen Mathematik) keinerlei Begründung für Postulate bzw. Axiome findet, ist das Postulat wohl ein Diebstahl. Dazu später mehr.

Zuvor wollen wir das Parallelenaxiom der neuen Formulierung mit Postulat 4 für den rechten Winkel vergleichen. Wieder benötigen wir zu-erst eine *Definition*, und zwar selbstverständlich für «rechtwinklig». Wir übernehmen diejenige von Euklid (Definition 10), wonach ein Winkel zwischen zwei Geraden ein «rechter» heißt, wenn er *mit seinem Nebenwinkel deckungsgleich* ist. Damit nimmt das Postulat 4 – analog zur Parallelität könnte man jetzt von einem Orthogonalitätsaxiom sprechen – dieselbe logische Form an wie das Parallelenaxiom! Damit man das sehen kann, ein einfaches handwerkliches Beispiel:

Das Falten eines Briefes Wir sind jetzt bei unserem Alltagsleben und seinen handwerklichen Tätigkeiten angekommen. Wer einen Brief geschrieben hat, falte den Bogen zweimal so, dass er in ein Kuvert von einem Viertel der Größe des Briefes passt. Jetzt vergleichen wir diese simple Tätigkeit mit den Definitionen von Euklid.

Wer den Papierbogen einmal faltet, hat eine Gerade (eine gerade Falte) hergestellt. Wird dieses Doppelblatt nochmals so gefaltet, dass die neue Falte die alte Falte trifft, so entstehen (entsprechend den dazu gehörenden Definitionen bei Euklid) zwei Winkel, welche die neue Falte mit der alten Falte bildet. Wird, wie bei unseren Briefen üblich, die zweite Faltung so vorgenommen, dass beide durch die Faltung entstehenden Teile (anschaulich: Viertelbogen) aufeinander liegen, also deckungsgleich sind, dann hat man einen rechten Winkel und seinen deckungsgleichen, also ebenfalls rechten Nebenwinkel durch zweimaliges Falten hergestellt.

Auch hier folgt dieses Orthogonalitätsaxiom, wonach alle rechten Winkel deckungsgleich sind, nicht schon rein logisch aus der Definition von «rechtwinklig». Denn es hat wieder die logische Form eines Schlusses von Einem auf Alle. «Wenn es zu einem Winkel einen Nebenwinkel gibt, der zu diesem deckungsgleich ist, so sind alle rechten Winkel deckungsgleich.» Euklid hatte also durchaus recht, wenn er an die Definition des rechten Winkels ein eigenes Postulat über deren allgemeine Gleichheit anhängt.

Man vergleiche nun das Falten von mehreren Briefen nacheinander. Aus der Herstellung eines Paares rechter Winkel am ersten Brief folgt doch keineswegs, dass alle rechten Winkel (will sagen: aus verschiedenen handwerklichen Herstellungsprozeduren an verschiedenen Briefen) einander (deckungs)gleich sind – wie Euklid in Postulat 4 fordert. Obwohl wir das im Alltag natürlich für selbstverständlich halten. Wieder haben wir jetzt durch Umformulierung eines Postulats von Euklid einen Satz er-halten, der von Einem auf Alle schließt – was wiederum rein logisch nicht gilt, sondern eine starke Behauptung darstellt und folglich eigens für die Geometrie gesichert werden muss.

Nun sieht man: Wir haben logisch eine völlig analoge Situation bei Rechtwinkligkeit und Parallelität vor uns: beide sind definiert über eine Existenzbehauptung («wenn es ein x gibt»). Einmal gibt es einen deckungsgleichen Nebenwinkel, einmal ein gemeinsames Lot als definierende Bedingung für rechtwinklig bzw. parallel.

In beiden Fällen folgt aber daraus kein Allsatz «für alle rechten Winkel» bzw. «für alle Lote auf eine von zwei Parallelen». Deshalb postuliert Euklid diese Behauptungen, denn er benötigt sie später in seinen Beweisen. Aber etwas zu benötigen ist nun wahrlich kein edler Grund für einen Diebstahl!

Schlecht gemacht oder falsch gedacht? Der Leser, der es geschafft hat, bis hierher dieser Mundwerksveranstaltung zu folgen, kann auf sein Alltagsleben und seine stillschweigenden Überzeugungen oder besser, auf seine unbedachten Gewohnheiten als Handwerker verwiesen werden.

Wenn wir nacheinander zwei verschiedene Papierbögen (die verschieden groß und geformt sein dürfen) je zweimal wie angegeben falten, erwarten wir tatsächlich, dass die beiden so erzeugten rechten Winkel deckungsgleich sind. Wir erwarten ja beispielsweise, dass die gefalteten Briefe mit ihrem «rechten» Winkel in die Ecke eines Umschlags passen, dessen «rechte» Winkel selbst durch entsprechende Faltung erzeugt worden sind.

Sollte die Ecke unseres Briefes aber tatsächlich einmal nicht passen, also zwei vermutet rechte Winkel nicht deckungsgleich sein, so werden wir wohl kaum über eine neue geometrische Entdeckung begeistert sein oder gar das Postulat 4 «durch Erfahrung» als widerlegt ansehen. Sondern wir schauen nach, ob nicht mindestens einer der beiden «rechten» Winkel, der Bogen oder der Umschlag, zu schlampig gefaltet wurde, so dass keine Deckungsgleichheit der beiden beabsichtigten «rechten» Winkel sich ergeben hat.

Genau so verfahren wir handwerklich im Alltag mit der Parallelität. Wenn wir ein Rechteck zeichnen, ein rechteckiges Beet anlegen oder eine rechteckige Tischplatte zusägen wollen, konstruieren wir nacheinander dreimal einen rechten Winkel (zweimal für das gemeinsame Lot gemäß Definition der Parallelen, den dritten als Lot auf einer der beiden Parallelen. *Der vierte Winkel des Rechtecks ergibt sich dann von selbst.* Und wir sind überzeugt oder wenigstens gewöhnt, dass auch er ein rechter ist, obwohl dies logisch nicht aus der Rechtwinkligkeit der ersten drei Winkel folgt.

In der Mathematikgeschichte nennt man dies das Problem der Rechtwinkligkeit der vierten Rechtecks-Ecke. Die Geometrie hat historisch einen großen Sprung gemacht, als man zu untersuchen begann, was daraus folgen würde, wenn sich kein vierter rechter Winkel ergäbe.[5]

Handwerklich verfahren wir also im Alltag mit rechten Winkeln und mit Parallelen so, als würden wir die beiden Postulate Euklids nicht nur glauben, sondern sogar *für unwiderlegbar durch Erfahrung* ansehen. Denn kommt es anders als von unseren handwerklichen Aktivitäten erwartet, glauben wir eben, einen Fehler bei der Herstellung gemacht zu haben. Wir immunisieren also diese Postulate gegen Widerlegung durch Erfahrung – und machen uns damit desselben Diebstahls schuldig wie weiland Euklid. Wir haben Sätze, die etwas behaupten, einfach postuliert, statt sie zu begründen. Bertrand Russell hatte also einen guten Grund, auf den Diebstahl in den (exakten) Wissenschaften hinzuweisen.

Leider ist es deshalb den Empiristen im 19. Jahrhundert leicht gefallen, auf die fehlende Begründung des Parallelenpostulats hinzuweisen und empirische Gegenbeispiele zu suchen. Beim Postulat für den rechten Winkel (Gleichheit aller rechten Winkel) ist dies unseres Wissens dagegen nie geschehen. Warum? Hat man die analoge Situation zwischen Orthogonalität und Parallelität nicht gesehen? Wir vermuten, dass es einfach an der Ausblendung des Handwerks liegt.

Die Erfahrung meldet sich Mathematikhistorisch hatten sich schon Alternativen angekündigt. Denn man hat untersucht, ob sich aus der Negation des Parallelenaxioms («Es gibt genau eine Parallele zu einer Geraden durch einen Punkt außerhalb») ein Widerspruch zu den anderen Axiomen ergibt, und man hat keinen gefunden.

Auch der Laie kann leicht bemerken: es gibt zwei Möglichkeiten, den Satz «es gibt genau ein x ...» zu verneinen. Die Negation kann entweder lauten «es gibt kein x ...» oder «es gibt mehr als ein x ...» Das sind also zwei Alternativen zum Parallelenaxiom, die heute als zwei «nichteuklidische Geometrien» bezeichnet werden. Sie entsprechen den beiden Alternativen bei der Konstruktion des Rechteckes, dass sich als vierter Winkel ein stumpfer oder ein spitzer statt eines rechten ergibt.

Das musste natürlich jeden gläubigen Anhänger naturwissenschaftlicher Erfahrung provozieren. Wenn es, mathematisch gesehen, mehrere Geometrien «gibt» (die Mathematiker sagen: wenn mehrere Geometrien widerspruchsfrei sind), welche gilt dann «wirklich»? Wie könnte die Geltungsfrage der konkurrierenden Geometrien – welche gilt denn nun im Rahmen der Physik – entschieden werden? Wir kommen darauf zurück.

Nun sind die Postulate, die wir bisher auf ihren handwerklichen Aspekt hin untersucht haben, nicht die einzigen Kandidaten in Euklids Geometrie. Die Frage, ob die Gegenstände der Geometrie aus dem Handwerk kommen oder bloß mundwerklich seien, könnte ja schon in den Definitionen, also den Bestimmungen der Grundbegriffe beantwortet sein. Deshalb wenden wir uns jetzt den Definitionen Euklids zu.

[…]