

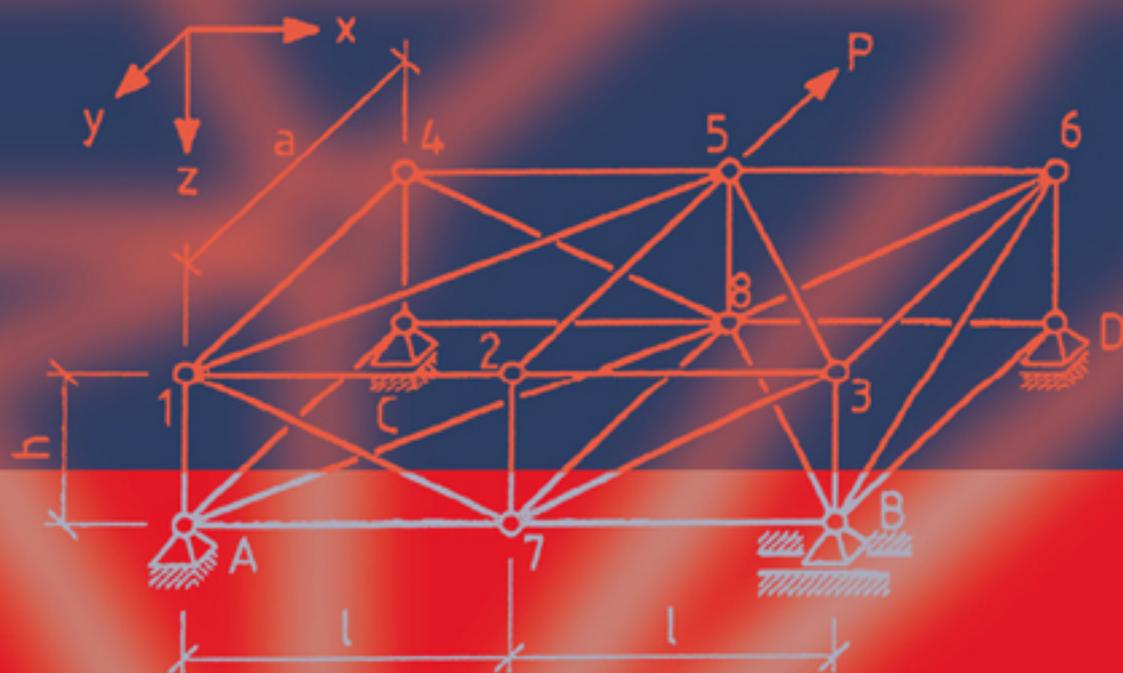
Meskouris · Hake

Statik der

Stabtragwerke

Einführung in die Tragwerkslehre

2. Auflage



Springer-Lehrbuch

Konstantin Meskouris · Erwin Hake

Statik der Stabtragwerke

Einführung in die Tragwerkslehre

Zweite Auflage

 Springer

Prof. Dr.-Ing. Konstantin Meskouris
RWTH Aachen
Lehrstuhl für Baustatik und Baudynamik
Mies-van-der-Rohe-Straße 1
52074 Aachen
Deutschland

Dr.-Ing. Erwin Hake
Josef-Ponten-Straße 71
52072 Aachen
Deutschland

ISBN 978-3-540-88992-2

e-ISBN 978-3-540-88993-9

DOI 10.1007/978-3-540-88993-9

Springer-Lehrbuch ISSN 0937-7433

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2009 Springer-Verlag Berlin Heidelberg

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Satz und Herstellung: le-tex publishing services oHG, Leipzig

Einbandgestaltung: WMX Design GmbH, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem Papier

9 8 7 6 5 4 3 2 1

springer.de

Vorwort zur zweiten Auflage

Das vorliegende Buch ist auf die klassische Baustatik ausgerichtet und beschränkt sich auf Verfahren für die Handrechnung. Dies hat sich bei der ersten Auflage bewährt, so dass es nicht angezeigt erschien, in der zweiten Auflage wesentliche Änderungen vorzunehmen, zumal im Jahre 2005 ergänzend das Buch „Baustatik in Beispielen“ im Springer-Verlag erschienen ist. Dieses enthält eine größere Anzahl detailliert ausgearbeiteter Zahlenbeispiele aus der Stabstatik, die sowohl mittels Handrechnung als auch anhand der auf einer CD-ROM beigefügten Rechenprogramme untersucht werden. So wurden in diese zweite Auflage nur einige Aktualisierungen im Hinblick auf geänderte Baubestimmungen eingearbeitet und bekannt gewordene Druckfehler beseitigt.

Die Autoren danken dem Springer-Verlag für die gute Zusammenarbeit und die gediegene Ausstattung des Buches. Unser besonderer Dank geht an Frau Ulke für die Umsetzung der Zeichnungen der ersten Auflage in die gewünschte digitale Form.

Aachen, August 2008

Konstantin Meskouris
Erwin Hake

Vorwort zur ersten Auflage

Das vorliegende Lehrbuch ist aus dem Manuskript der Lehrveranstaltungen „Baustatik I“ an der RWTH Aachen entstanden. Es behandelt die klassische Stabstatik und beschränkt sich dementsprechend auf Verfahren für die Handrechnung sowie auf geometrisch und physikalisch lineare Aufgaben.

Zur Darstellung der statischen Zusammenhänge wird unter Voraussetzung baumechanischer Grundkenntnisse jeweils ein möglichst anschaulicher und mathematisch einfacher Zugang gewählt. Der gesamte Lehrstoff und sämtliche behandelten Verfahren werden mit meist praxisbezogenen Beispielen belegt, übliche Idealisierungen und gebräuchliche Näherungen deutlich hervorgehoben.

Als Folge einer notwendigen Beschränkung des Stoffes fanden nur zwei Methoden zur Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke Berücksichtigung: das Kraftgrößenverfahren und das Drehwinkelverfahren.

Das Buch soll im Hinblick auf elektronische Berechnungen zum einen als Grundlage für die matriziellen Verfahren dienen, die in den Lehrveranstaltungen „Baustatik II“ ihren Platz haben, und zum anderen das Handwerkszeug für Kontrollen von Computerergebnissen zur Verfügung stellen. Besonderer Wunsch der Verfasser ist, dass der Leser außerdem ein gesundes statisches Gefühl für die Beanspruchungen, die Lastabtragung und den Wirkungsmechanismus von Tragwerken erwirbt.

Die Autoren danken Frau Anke Madej für die druckreife Erstellung des Manuskripts und dem Verlag für die gediegene Ausstattung des Buches.

Aachen, Mai 1999

Konstantin Meskouris
Erwin Hake

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung in die Statik der Tragwerke	1
1.1	Vorbemerkungen	1
1.1.1	Definition und Aufgabe der Baustatik	1
1.1.2	Tragwerksformen und deren Idealisierung	2
1.1.2.1	Dreidimensionale Tragelemente: Raumelemente	2
1.1.2.2	Zweidimensionale Tragelemente: Flächenträger	2
1.1.2.3	Eindimensionale Tragelemente: Stäbe	3
1.1.2.4	Beispiel zur Modellfindung	4
1.1.3	Idealisierung der Auflagerungen und der Anschlüsse	6
1.1.4	Geometrische Idealisierung	8
1.2	Zustandsgrößen	9
1.2.1	Schnittprinzip, Vorzeichendefinition	11
1.2.2	Lasten (äußere Kraftgrößen)	13
1.2.3	Verschiebungsgrößen (äußere Weggrößen)	16
1.2.4	Schnittgrößen (innere Kraftgrößen)	16
1.2.5	Verzerrungen (innere Weggrößen)	17
1.2.5.1	Längsdehnung (Axialdehnung) ε infolge N	17
1.2.5.2	Schubverzerrung (Gleitung) γ infolge Q	18
1.2.5.3	Verkrümmung κ infolge M	18
1.2.5.4	Verdrillung ϑ' infolge M_T	19
1.2.5.5	Verzerrungen infolge lastfreier Einwirkungen	20
1.2.6	Arbeitsanteile eines differentiellen Stabelementes	20
1.3	Grundgleichungen	21
1.3.1	Gleichgewicht	22
1.3.1.1	Gleichgewicht eines geraden Stabes in der Ebene	22
1.3.1.2	Das räumliche Gleichgewicht eines geraden Stabelements	26
1.3.2	Kinematik	28
1.3.2.1	Kinematik eines geraden Stabelementes in der Ebene	28

1.3.2.2	Normalenhypothese (BERNOULLI)	29
1.3.2.3	Starrkörperverschiebungen	29
1.3.3	Materialgesetz	30
1.3.3.1	Reine Dehnung	31
1.3.3.2	Reine Schubverzerrung	31
1.3.3.3	Reine Biegung	32
1.3.3.4	Verdrillung	32
1.3.3.5	Zusammenfassung des Elastizitätsgesetzes in Matrizenform	33
1.4	Grundbeziehungen ebener Tragwerke mit geraden Stäben	34
1.4.1	Gliederung der Zustandsgrößen	34
1.4.2	Verknüpfung der Zustandsgrößen	34
1.4.3	Gesamtdifferentialgleichung	35
2	Stabtragwerke	39
2.1	Konstruktionselemente	39
2.1.1	Stabelemente	40
2.1.2	Stützungen und Lager	40
2.1.3	Knotenpunkte und Anschlüsse	42
2.2	Aufbau von Stabtragwerken	43
2.2.1	Abzählkriterien	45
2.2.1.1	Abzählkriterien für Fachwerke	45
2.2.1.2	Abzählkriterien für biegesteife Stabwerke	47
2.2.2	Abbaukriterium	50
2.2.3	Aufbaukriterium	51
3	Allgemeine Methoden der Kraftgrößenermittlung	53
3.1	Die Methode der Gleichgewichtsbedingungen	53
3.1.1	Gleichgewicht am Teilsystem	53
3.1.2	Gleichgewicht am Tragwerksknoten	55
3.2	Kinematische Methode	57
3.2.1	Virtuelle Verrückungen	58
3.2.2	Grundregeln der Kinematik	59
3.2.3	Regeln für die Konstruktion des Polplans	60
3.2.4	Der Ausnahmefall der Statik und Überprüfung der kinematischen Unverschieblichkeit	62
3.2.5	Kraftgrößenberechnung mit dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen	63
3.3	Verlauf der Schnittgrößen (Zustandslinien)	63
3.4	Schnittgrößen infolge Vorspannung	65
4	Grundformen der Tragwerke	67
4.1	Statisch bestimmte ebene Stabwerke	69
4.1.1	Einfeldträger	69
4.1.2	Kragträger	76

4.1.3	Einfeldträger mit Kragarm	76
4.1.4	Gelenkträger und GERBERträger	78
4.1.4.1	Das Verfahren der Gleichgewichts- und Nebenbedingungen	79
4.1.4.2	Das Verfahren der Gelenkkräfte	80
4.1.5	Rahmen und Bögen	83
4.1.6	Dreigelenkrahmen und Dreigelenkbögen	85
4.1.7	Verstärkte Balken	88
4.2	Statisch bestimmte räumliche Systeme	89
4.2.1	Lokale Koordinaten	89
4.2.2	Statisch bestimmter räumlicher Rahmen (Beispiel)	90
4.2.3	Statisch bestimmter Trägerrost (Beispiel)	93
4.3	Fachwerke	94
4.3.1	Ebene Fachwerke	95
4.3.1.1	Einteilung der Fachwerke	95
4.3.1.2	Schnittgrößen und Reaktionen statisch bestimmter ebener Fachwerke	96
4.3.2	Räumliche Fachwerke	101
4.4	Ausnutzung von Symmetrie und Antimetrie	106
5	Verformungen statisch bestimmter Stabwerke	109
5.1	Elastische und nichtelastische Verzerrungen	109
5.1.1	Elastische Verzerrungen	109
5.1.2	Temperaturwirkungen	110
5.1.3	Kriechen	111
5.1.4	Schwinden	112
5.1.5	Zusammenfassung der Verzerrungen	112
5.2	Formänderungsarbeit	113
5.2.1	Verschiebungsarbeit	114
5.2.2	Eigenarbeit	116
5.2.3	Arbeitssatz	117
5.3	Prinzip der virtuellen Arbeit	117
5.3.1	Prinzip der virtuellen Verschiebungen	117
5.3.2	Prinzip der virtuellen Kräfte	119
5.4	Die Sätze von BETTI und MAXWELL	120
5.4.1	Der Satz von BETTI	120
5.4.2	Der Satz von MAXWELL	120
5.5	Verformungen einzelner Tragwerkspunkte	122
5.5.1	Grundgleichungen	122
5.5.2	Federungen	123
5.5.2.1	Allgemeines	123
5.5.2.2	Dehnfedern	124
5.5.2.3	Drehfedern	126
5.5.2.4	Federarbeit	127
5.5.3	Baugrundbewegungen	127

5.5.4	Gesamtgleichung für die Einzelverformungen und baupraktische Vereinfachungen	128
5.5.5	Die sechs Grundfälle der Verformungsberechnung	131
5.5.6	Anwendung der M_i - M_k -Tafeln	132
5.5.6.1	Allgemeines	132
5.5.6.2	Beispiel: Knotenverschiebung infolge äußerer Lasten	133
5.5.6.3	Beispiel: Knotenverdrehung infolge von Temperaturänderungen	134
5.5.6.4	Beispiel: Verformung eines halbkreisförmigen Stabes	136
5.5.7	Numerische Integration nach SIMPSON	137
5.5.7.1	Die SIMPSONsche Regel	137
5.5.7.2	Anwendungsbeispiel: Voutenträger	137
5.5.8	Gebräuchliche Formeln für Einzelverformungen von Krag- und Einfeldträgern	139
6	Biegelinien	141
6.1	Allgemeines und Grundgleichungen	141
6.2	Analytische Integration	143
6.3	Das Verfahren der ω -Zahlen	145
6.4	Die MOHRsche Analogie	149
7	Einflusslinien	153
7.1	Definition	153
7.2	Auswertungsformeln	154
7.3	Einflusslinien für Kraftgrößen	155
7.3.1	Grundlagen	155
7.3.2	Analytische Methode für statisch bestimmte Stabwerke	158
7.3.3	Kinematische Methode für statisch bestimmte Stabwerke	161
7.4	Einflusslinien für Verformungen	164
7.4.1	Grundlagen	164
7.4.2	Einflusslinien für Verschiebungen	165
7.4.3	Einflusslinien für Verdrehungen	166
7.4.4	Zahlenbeispiel	166
7.4.4.1	Einflusslinie „ w_r “	167
7.4.4.2	Einflusslinie „ u_r “	167
7.5	Auswertung von Einflusslinien	168
7.5.1	Polygonale Einflusslinien	168
7.5.2	Gekrümmte Einflusslinien	170
8	Das Kraftgrößenverfahren zur Berechnung statisch unbestimmter Stabwerke	173
8.1	Allgemeine Schreibweise für ebene Stabwerke	173
8.2	Beispiel mit Berechnungsablauf	176

8.3	Das Gleichungssystem des Kraftgrößenverfahrens und seine Lösung	178
8.4	Ausnutzung von Symmetrie und Antimetrie	180
8.5	Die Behandlung von Zwängungslastfällen	186
	8.5.1 Temperaturänderungen	186
	8.5.2 Vorgegebene Lagerbewegungen	188
8.6	Grundformen statisch unbestimmter Tragwerke	191
	8.6.1 Durchlaufträger	191
	8.6.1.1 Ansatz der statisch Unbestimmten	191
	8.6.1.2 Schnittgrößenermittlung mit Hilfe von Tabellenwerken	194
	8.6.1.3 Maßgebende Lastkombinationen	194
	8.6.1.4 Zahlenbeispiel: Dreifeldträger mit Stützensenkungen	198
	8.6.2 Ebene Rahmen	201
	8.6.2.1 Allgemeines zur Berechnung	201
	8.6.2.2 Beispiel: Einfacher Rahmen mit Zugband	201
	8.6.2.3 Einfache Rahmenformeln	203
	8.6.2.4 Bemessungsschnittgrößen	204
	8.6.3 Trägerroste	206
	8.6.3.1 Grundlagen	206
	8.6.3.2 Berechnungsbeispiel	207
	8.6.4 Räumliche Rahmen	209
	8.6.4.1 Grundlagen	209
	8.6.4.2 Berechnungsbeispiel	210
	8.6.4.3 Verdrehte Hauptquerschnittsachsen	213
8.7	Verformungen statisch unbestimmter Systeme	216
	8.7.1 Einzelverformungen und Reduktionssatz	216
	8.7.2 Formänderungsproben	218
	8.7.3 Biegelinien	219
8.8	Einflusslinien	219
	8.8.1 Einflusslinien für Kraftgrößen	219
	8.8.1.1 Benutzung eines statisch bestimmten Grundsystems	220
	8.8.1.2 Benutzung eines $(n - 1)$ fach statisch unbestimmten Systems	221
	8.8.1.3 Verwendung der Einflusslinien der statisch Unbestimmten	225
	8.8.2 Einflusslinien für Verformungen	230
	8.8.2.1 Allgemeines Vorgehen	230
	8.8.2.2 Beispiel: Einflusslinie für eine Knotenverdrehung	230
8.9	Das Kraftgrößenverfahren am statisch unbestimmten Grundsystem	232
8.10	Der elastische Schwerpunkt	234

9	Das Drehwinkelverfahren	237
9.1	Allgemeines	237
9.2	Stabendmomente bei stabweise konstantem I	239
9.2.1	Festeinspannmomente	239
9.2.2	Stabendmomente infolge Knotendrehung	239
9.2.3	Stabendmomente infolge Stabverdrehung	241
9.2.4	Zusammenfassung	241
9.3	Das Gleichungssystem des Drehwinkelverfahrens	242
9.3.1	Knotengleichungen	242
9.3.2	Verschiebungsgleichungen	243
9.4	Allgemeines Vorgehen	244
9.5	Zahlenbeispiel: Elastisch unverschiebliches System	246
9.6	Einflusslinien	249
9.6.1	Einflusslinien für Kraftgrößen	249
9.6.1.1	Beschreibung des Verfahrens	249
9.6.1.2	Einflusslinie für die Normalkraft N_r	250
9.6.1.3	Einflusslinie für das Biegemoment M_s	253
9.6.1.4	Einflusslinie für die Querkraft Q_t	255
9.6.2	Einflusslinien für Verformungen	257
10	Hilfstafeln	261
	Literatur	271
	Sachverzeichnis	273

Kapitel 1

Einführung in die Statik der Tragwerke

1.1 Vorbemerkungen

1.1.1 Definition und Aufgabe der Baustatik

Die Statik stellt ein Teilgebiet der Mechanik dar. Während die Mechanik allgemein die Bewegungs- und Kraftzustände von Körpern in den verschiedenen Aggregatzuständen beschreibt, beschränkt sich die Statik auf die Untersuchung zeitunabhängiger Kraft- und Verformungszustände (Ruhezustände) von festen Körpern, d. h. auf deren Gleichgewichtszustand. Die Baustatik basiert auf der Statik und entwickelt Verfahren zur Anwendung auf Tragwerke.

Aufgabe der Baustatik ist es, die Kraft- und Verformungszustände von Tragwerken unter dem Gesichtspunkt der Verhältnismäßigkeit der Mittel hinreichend genau zu bestimmen, um wirtschaftliche, standsichere und gebrauchstaugliche Konstruktionen zu erzielen.

Die exakten mechanischen Zusammenhänge im wirklichen Tragwerk sind äußerst kompliziert. Deshalb ist man in der Praxis auf mehr oder weniger genaue Näherungen angewiesen. Zur Bewältigung ihrer Aufgabe arbeitet die Baustatik mit bestimmten Modellvorstellungen. Eine Vielzahl von Idealisierungen überführt das wirkliche Tragwerk und die wirklichen Einwirkungen in das mechanische Modell. Der Ingenieur muss sich dieser Idealisierungen bewusst sein, um die Verwendbarkeit ingenieurwissenschaftlicher Theorien beurteilen zu können. Nach der Entscheidung für ein bestimmtes Tragwerksmodell wird dieses für die zu erwartenden Lasten in ungünstigster Kombination berechnet. Ergebnis dieser Berechnung sind die Schnittgrößen und Verformungen, die als Grundlage für eine Bemessung z. B. im Massivbau, Stahlbau oder Holzbau benötigt werden. Die statische Berechnung liefert also die extremen Beanspruchungen und Verformungen, die im Rahmen der Bemessung den zulässigen, materialabhängigen Werten gegenübergestellt werden. Dabei sind die zulässigen Schnittgrößen mit Sicherheitsbeiwerten belegt, die einen ausreichenden Abstand vom rechnerischen Bruchzustand gewährleisten.

1.1.2 Tragwerksformen und deren Idealisierung

Alle Tragwerke sind dreidimensionale Strukturen. In der Statik der Tragwerke arbeitet man jedoch meist idealisierend mit ein- oder zweidimensionalen Modellen, weil diese rechnerisch einfacher zu behandeln sind und in aller Regel zu vertretbar genauen Ergebnissen führen.

1.1.2.1 Dreidimensionale Tragelemente: Raumelemente

Wenn wie bei dem in Bild 1.1-1 beispielhaft dargestellten Element die Abmessungen in allen drei Koordinatenrichtungen von gleicher Größenordnung sind, ist keine Reduzierung der Dimensionen für die Berechnung möglich.

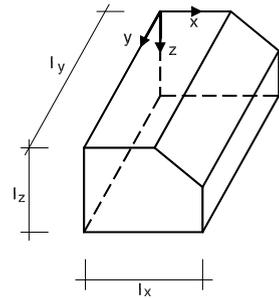


Bild 1.1-1 Räumliches Tragelement

1.1.2.2 Zweidimensionale Tragelemente: Flächenträger

Elemente, bei denen eine der drei Abmessungen, die Dicke, klein ist gegenüber den beiden anderen, werden idealisierend als zweidimensional angesehen (siehe Bild 1.1-2). Man spricht dann von Flächenelementen, aus denen Flächenträger oder Flächentragwerke gebildet werden können. Bei zweidimensionalen Elementen wird der Verschiebungszustand in Dickenrichtung durch den Verschiebungszustand der Mittelfläche (Bezugsfläche) ausgedrückt. Ebene Flächentragwerke werden als Platten oder als Scheiben bezeichnet, je nachdem ob sie quer zu ihrer Ebene belastet sind und dadurch Biegeverformungen erleiden oder nur in ihrer Ebene beansprucht werden, was entsprechende Dehnungen und Schubverzerrungen zur Folge hat. Schalenelemente weisen eine einfach oder doppelt gekrümmte Mittelfläche auf.

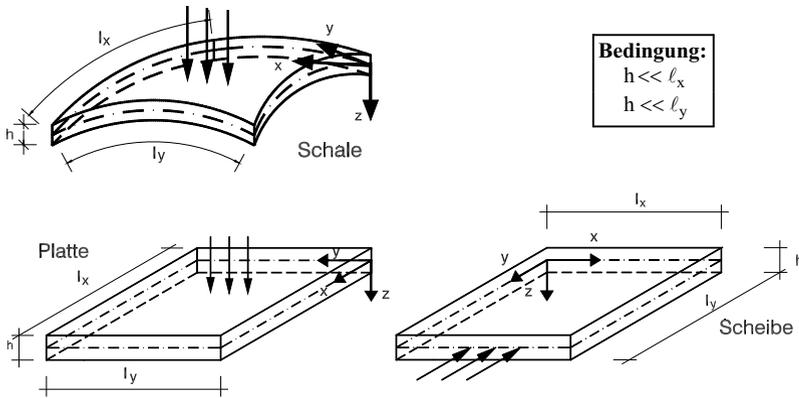


Bild 1.1-2 Flächenelemente

1.1.2.3 Eindimensionale Tragelemente: Stäbe

Elemente, bei denen zwei der drei Abmessungen klein sind gegenüber der dritten, der Länge, bezeichnet man als Stäbe (siehe Bild 1.1-3). Sie werden idealisierend als eindimensional angesehen und durch die Achse als Verbindungslinie der Querschnittsschwerpunkte ersetzt. Bei einem geraden Stab, der nur in seiner Längsrichtung beansprucht wird, spricht man von einem Dehnstab. In querbelasteten und in gekrümmten Stäben treten in der Regel Querkräfte und Biegemomente auf. Im Folgenden werden nur Tragwerke behandelt, die sich aus Stäben zusammensetzen.

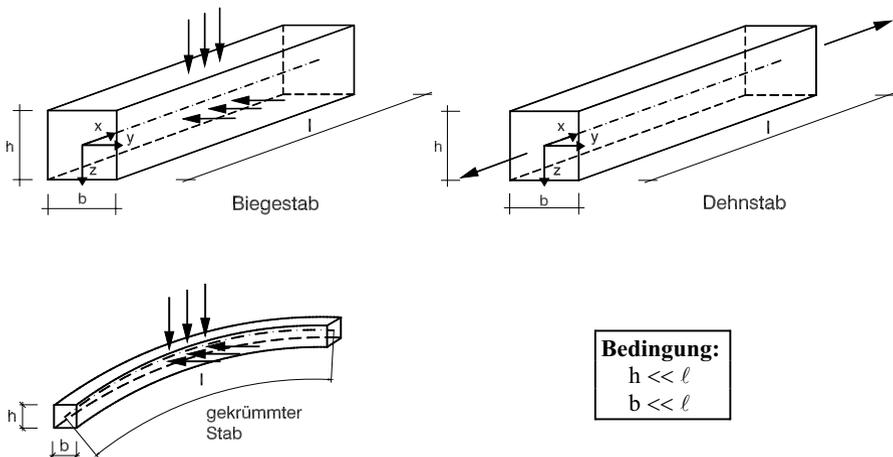


Bild 1.1-3 Stabelemente