

Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und  
Erforschung des Mathematikunterrichts

RESEARCH

Uta Häsel-Weide

# Vom Zählen zum Rechnen

Struktur-fokussierende Deutungen  
in kooperativen Lernumgebungen



Springer Spektrum

---

# **Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematik- unterrichts**

**Band 21**

**Herausgegeben von**

S. Hußmann,

M. Nührenbörger,

S. Prediger,

C. Selter,

Dortmund, Deutschland

Eines der zentralen Anliegen der Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts stellt die Verbindung von konstruktiven Entwicklungsarbeiten und rekonstruktiven empirischen Analysen der Besonderheiten, Voraussetzungen und Strukturen von Lehr- und Lernprozessen dar. Dieses Wechselspiel findet Ausdruck in der sorgsamem Konzeption von mathematischen Aufgabenformaten und Unterrichtsszenarien und der genauen Analyse dadurch initiiert Lernprozesse.

Die Reihe „Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts“ trägt dazu bei, ausgewählte Themen und Charakteristika des Lehrens und Lernens von Mathematik – von der Kita bis zur Hochschule – unter theoretisch vielfältigen Perspektiven besser zu verstehen.

**Herausgegeben von**

Prof. Dr. Stephan Hußmann,

Prof. Dr. Marcus Nührenbörger,

Prof. Dr. Susanne Prediger,

Prof. Dr. Christoph Selter,

Technische Universität Dortmund, Deutschland

---

Uta Häsel-Weide

# Vom Zählen zum Rechnen

Struktur-fokussierende Deutungen  
in kooperativen Lernumgebungen

Mit einem Geleitwort von  
Prof. Dr. Marcus Nührenbörger



**Springer** Spektrum

Uta Häsel-Weide  
Universität Siegen  
Deutschland

Habilitationsschrift, Technische Universität Dortmund, 2014

Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts  
ISBN 978-3-658-10693-5      ISBN 978-3-658-10694-2 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-658-10694-2

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2016

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Fachmedien Wiesbaden ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media ([www.springer.com](http://www.springer.com))

## Geleitwort

Eine, wenn nicht die zentrale Aufgabe des mathematischen Anfangsunterrichts in der Grundschule ist es, dass Kinder Zahlen nicht allein als Zählzahlen verwenden und verstehen, sondern die Beziehungsvielfalt der Zahlen erkunden und nutzen lernen. Daher werden im frühen Mathematikunterricht sowohl Zählfähigkeiten der Kinder aufgegriffen als auch mit Blick auf mathematische Muster und Strukturen erweitert. Vielen Kindern gelingt dieser Spagat zwischen Erweiterung des bestehenden Faktenwissens und Aufbau neuer Einsichten im Laufe des ersten Schuljahres: Sie nutzen ihre Zählkompetenzen und nehmen zugleich numerische Zusammenhänge bewusst in den Blick, um sie beim Rechnen aufzugreifen. Manche Kinder aber bleiben dem Zählen eng verhaftet: Sie bearbeiten mathematische Aufgabenstellungen mit Hilfe von Zählstrategien. Dies ist insofern nicht verwunderlich, da das zählende Rechnen eine bedeutsame Phase in der frühen, insbesondere vorschulischen Entwicklung numerischer Kompetenzen besitzt. Auch können gerade im 1. Schuljahr viele Aufgaben sicher und schnell zählend berechnet werden. Ein Erfolg allein auf der Grundlage des Zählens ist aber trügerisch: Die Verfestigung des zählenden Rechnens führt in der Regel zu eingeschränkten mathematischen Einsichten und langfristig zu Schwierigkeiten im Fach Mathematik.

Wie aber können Ablöseprozesse vom zählenden Rechnen initiiert werden? Inwiefern können sich Kinder mit verfestigten Zählstrategien im Laufe der ersten zwei Schuljahre auf die Erkundung mathematischer Zusammenhänge einlassen und ihre Erkenntnisse beim Rechnen nutzen?

Uta Häsel-Weide wendet sich genau diesen höchst relevanten Fragestellungen zu. In besonderer und neuartiger Weise hebt sie die Bedeutung der Entwicklung von ihr so genannter *struktur-fokussierender Deutungen* für die Ablösung vom verfestigten zählenden Rechnen hervor. Dazu arbeitet sie Verstehensprozesse bei Kindern auf, die sich in Unterrichtsgesprächen zwischen Kindern und im Gespräch mit der Lehrkraft zeigen. Mit der Einbettung in das Unterrichtsgeschehen und der Konzentration auf Lerngespräche öffnet die Autorin den Blick auf das Potential von interaktiven und kooperativen Lernprozessen. Sie verbindet sozusagen individuelle Fördermaßnahmen im Fach Mathematik mit sozialen Begegnungen von Kindern.

Entwicklungsprozesse von struktur-fokussierenden Deutungen bei Kindern, die verfestigt zählen, zeigen sich nicht immer sofort in mathematisch umfassenden Beschreibungen und Erklärungen oder in deutlichen Handlungsprozessen. Sie sind oftmals nur dem kundigen Betrachter in sporadischen Äußerun-

gen und Herangehensweisen, in lokalen Abweichungen vom Zählen sichtbar. In der Arbeit werden hierzu rekonstruierte Deutungen von Kindern präsentiert. Die dargestellten Lernprozesse der Kinder verdeutlichen, wie die auf das Fach Mathematik bezogene Verständigung über subjektive Vorstellungen und Lösungswege den Kindern neue Gelegenheiten und Anstöße bieten kann, von routinisierten Zählprozeduren abzuweichen und alternative, eben struktur-fokussierende Deutungen einzunehmen. Deutlich stellt die Autorin Chancen und Hürden der im Rahmen des ZebrA-Projekts (Zusammenhänge erkennen und beschreiben – rechnen ohne Abzählen) entwickelten Förderung heraus.

Die Arbeit lässt sich im Kern dem Bereich des „Design Science“ zuordnen: Einerseits werden auf der Grundlage fachlicher und fachdidaktischer Analysen diskursive Lernumgebungen mit dem Fokus auf die Initiierung der Entwicklung struktur-fokussierender Deutung entwickelt, die im Laufe ihrer Genese verschiedene Erprobungszyklen durchlaufen haben. Andererseits rücken die individuellen und interaktiven Lernprozesse, die zur Ablösung vom zählenden Rechnen beitragen, in den Fokus der rekonstruktiven Analysen. Diese tragen letztlich dazu bei, das Konstrukt der Entwicklung struktur-fokussierender Deutungen als theoretisches Konzept näher zu verstehen.

Insgesamt zeichnet die Lektüre der Arbeit ein komplexes Bild über den arithmetischen Kontext der Ablösung vom zählenden Rechnen: Es werden die gegenwärtigen Ansätze der mathematikdidaktischen Forschung im Feld der Lernschwierigkeiten ebenso wie Perspektiven auf fachlich substantielle Lernangebote zur mathematischen Förderung aufgezeigt. Die Arbeit weist deutlich nach, dass fördernde Lernumgebungen Angebote zum aktiven Entdecken und interaktiven Erörtern mathematischer Zusammenhänge bieten müssen. Zudem wird der Blick des Lesers auf die spannenden und diffizilen Konstruktionsprozesse mathematischen Wissens bei Lernenden gelenkt, die trotz gleicher Lernumgebungen sehr unterschiedlich verlaufen.

In diesem Sinne ist die Arbeit gleichermaßen fundamental wie auch wegweisend für die Auseinandersetzung mit dem Themenkomplex der Förderung von Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten und für mathematikdidaktische Forschungen im Kontext von Inklusion.



Marcus Nührenbörger

## Vorwort

Die vorliegende Habilitationsschrift ist Produkt meiner mehrjährigen Forschungstätigkeit an der TU Dortmund im Rahmen des Projekts ZebrA (Zusammenhänge erkennen und besprechen – Rechnen ohne Abzählen). Mit Ausnahme eines Kapitels handelt es sich um bisher unveröffentlichte theoretische Erörterungen und empirische Analysen.

Maßgeblich beigetragen zum Gelingen dieser Arbeit sowie an anderer Stelle veröffentlichter Beiträge hat die ausgezeichnete Anlage des Forschungsprojekts ZebrA. Die produktive Zusammenarbeit mit den Projektbeteiligten – die kompetente Leitung von Prof. Dr. Elisabeth Moser Opitz und Prof. Dr. Marcus Nührenbörger, die kollegiale Zusammenarbeit mit Claudia Wittich, die Offenheit und das Engagement der beteiligten Lehrkräfte und vor allem die Ideen, Äußerungen und Dokumente der Schülerinnen und Schüler – waren entscheidend für das Entstehen dieser Arbeit.

Insbesondere danke ich Prof. Dr. Marcus Nührenbörger für die langjährige Begleitung auf meinem wissenschaftlichen Weg, gemeinsame Forschungs- und Publikationstätigkeiten und für das Finden einer guten Balance zwischen Fördern und Fordern. Dem gesamten IEEM, besonders der AG Nührenbörger, sei gedankt für viele Diskussionen und gemeinsame Analysen, eine anregende Forschungskultur und ein stets zugewandtes Miteinander.

Das Entstehen der Arbeit wurde ermöglicht durch die guten Bedingungen an „meinen“ beiden Fakultäten Mathematik und Rehabilitationswissenschaften an der TU Dortmund. Die Unterstützung und den Rat von Prof. Franz B. Wember in vielfältigen Fragen von Forschung und Lehre habe ich immer sehr geschätzt.

Prof. Dr. Jens Holger Lorenz und Prof. Dr. Jörg Voigt erstellten die externen Gutachten zur Arbeit; die Fakultät Mathematik und der Dekan Prof. Dr. Stefan Turek gaben mir die Möglichkeit, meine Zeit an der TU Dortmund mit der Habilitation abzuschließen. Dafür bedanke ich mich sehr.

Einen nicht zu unterschätzenden Anteil an der Entstehung und Fertigstellung dieser Schrift hatte mein Mann Stefan Weide. Er gab mir nicht nur den letzten Anstoß, mich für diese Form der Veröffentlichung zu entscheiden, sondern unterstützte mich auf vielfältige Weise auf dem gesamten Weg dahin.

*Uta Hölst-Weide*

Uta Häsel-Weide



# Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung .....	1
2	Zählendes Rechnen.....	5
2.1	Zählen und zählendes Rechnen als entwicklungsgemäßer Zugang zur Mathematik .....	5
2.1.1	Mathematische Kompetenzen bis zum Schulbeginn.....	5
2.1.2	Vorgehensweisen bei Additions- und Subtraktionsaufgaben unter besonderer Berücksichtigung des Zählens.....	13
2.1.3	Entwicklung der Vorgehensweisen bei Additions- und Subtraktionsaufgaben zu Beginn der Grundschulzeit .....	16
2.2	Verfestigtes zählendes Rechnen .....	22
2.2.1	(Inhaltlicher) Zusammenhang zwischen verfestigtem zählenden Rechnen und (mathematischen) Lernschwächen .....	22
2.2.2	(Empirischer) Zusammenhang zwischen verfestigtem zählenden Rechnen und (mathematischen) Lernschwächen .....	24
2.2.3	Ursachen verfestigt zählenden Rechnens.....	28
2.3	Ablösung vom zählenden Rechnen.....	32
2.3.1	Fachdidaktische Überlegungen zur Ablösung vom zählenden Rechnen .....	32
2.3.2	Empirische Erkenntnisse mit Bezug auf die Ablösung vom (verfestigten) zählenden Rechnen.....	38
3	Kooperation und Interaktion im Mathematikunterricht.....	41
3.1	Kooperatives (mathematisches) Lernen .....	41
3.2	Interaktion in kooperativen, mathematischen Lernprozessen .....	44
3.2.1	Interaktionsformen in kooperativ geprägten mathematischen Lernsituationen .....	45
3.2.2	Epistemologische Sicht auf kooperativ geprägte mathematische Lernsituationen.....	48
3.3	Rolle der Lehrperson in der Interaktion.....	51
4	Design der Studie .....	55
4.1	Forschungsdesiderat und Forschungsinteresse.....	55
4.2	Methodologische Überlegungen .....	59
4.2.1	Konstruktion von Lernumgebungen gemäß dem Design Science.....	59
4.3.2	Rekonstruktion von Deutungen als Methode der interpretativen Unterrichtsforschung .....	62
4.3	Design der Untersuchung.....	64

4.3.1	Gesamtrahmen des Projekts Zebra.....	65
4.3.2	Design der vorliegenden, qualitativen Untersuchung .....	67
5	Lernumgebungen zur Ablösung vom zählenden Rechnen.....	71
5.1	Grundsätzliche Überlegungen .....	71
5.1.1	Inhaltliche Schwerpunktlegung.....	72
5.1.2	Unterrichtsintegrierte Förderung.....	78
5.1.3	Kooperatives Lernen.....	83
5.2	Konkretisierung der Förderbausteine .....	87
5.2.1	Übersicht über die Förderbausteine .....	88
5.2.2	Exemplarische Darstellung eines Leitfadens .....	90
6	Struktur-fokussierende Deutungs-aushandlungen im Rahmen des kooperativen Lernens .....	95
6.1	Anstöße für Deutungs-aushandlungen.....	95
6.2	Rekonstruktion von Deutungs-aushandlungen .....	99
6.2.1	Thomas und Max erkennen die Kommutativität von Zahlenhäusern.....	99
6.2.2	Kolja und Medima konstruieren analoge Zahlenfolgen.....	110
6.2.3	Thomas und Max handeln die Fortsetzung eines Musters zu Verdopplungsaufgaben aus .....	119
6.3	Zusammenfassende Betrachtung (struktur-fokussierender) Deutungs-aushandlungen .....	129
7	Struktur-fokussierende Deutungen zu verwandten Subtraktions-aufgaben .....	135
7.1	Fachdidaktische Grundlagen und Überblick über die Stunde .....	136
7.1.1	Methodische Überlegungen zur Anregung von Kommunikation und Kooperation .....	136
7.1.2	Stundenverlauf.....	137
7.2	Struktur-fokussierende Deutungen zählend rechnender Kinder.....	138
7.2.1	Nutzen von Strukturen beim Lösen von verwandten Aufgaben.....	139
7.2.2	Erkennen von Strukturen durch den Vergleich von Aufgabenpaaren.....	141
7.3	Zusammenfassende Betrachtung der struktur-fokussierenden Deutungen .....	153
8	Längsschnittlicher Blick auf die Deutungsentwicklung am Beispiel von Mary .....	159
8.1	Grundsätzliche Überlegungen zur längsschnittlichen Deutung.....	159
8.1.1	Einordnung des methodischen Zugangs.....	159
8.1.2	Informationen zur Schülerin und zur Auswahl der Szenen.....	161
8.1.3	Analysefokus .....	161

---

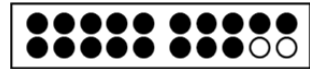
8.2	Analyse einzelner Episoden zu Zahlbeziehungen .....	162
8.2.1	Baustein Ib: Mengen zusammensetzen .....	162
8.2.2	Baustein IIb: Zahlenhäuser .....	167
8.2.3	Baustein IIIb: Kraft der Fünf .....	172
8.2.3	Zusammenfassende Deutung zu den Zahlbeziehungen.....	180
8.3	Analyse einzelner Episoden zu Beziehungen zwischen Aufgaben.....	182
8.3.1	Baustein VIb: Vermindern zum Zehner .....	182
8.3.2	Baustein VIIIb: Verwandte Additionsaufgaben.....	186
8.3.3	Baustein IXb: Verwandte Subtraktionsaufgaben.....	191
8.3.4	Deutung zur Aufgabenbeziehung.....	195
8.4	Zusammenfassende Charakterisierung der Entwicklung von Mary ...	198
9	Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse .....	205
10	Literaturverzeichnis .....	217
11	Abbildungsverzeichnis .....	235

# 1 Einleitung

*Anlässlich des zehnten Geburtstags seiner Schwester klappt Malte nacheinander jeden Finger seiner Hand aus und zählt dabei mit angestrengtem Gesicht bis zehn. Danach zeigt er simultan vier Finger seiner linken Hand ähnlich wie im nebenstehenden Bild und sagt: „Und ich bin vier“.*



*Kai löst im Rahmen des Mathematikunterrichts die Aufgabe  $18 - 10 =$  indem er zunächst die schwarz gefärbten Punkte auf einem Zwanzigerpunktfeld einzeln nachzählt, dann beginnend mit dem „achtzehnten“ Punkt zehn Punkte abzählt, jeden einzelnen mit dem Bleistift tippt und als der auf dem „neunten“ Punkt „landet“ das Ergebnis mit neun bestimmt.*



Beide Kinder zählen und zeigen, doch würden die Kompetenzen der Kinder unterschiedlich beschrieben werden. Während es sich um ein altersentsprechendes Vorgehen handelt, wenn sich ein Kind im Kindergartenalter eine Menge von zehn zählend erschließen kann, wird von einem Grundschulkind erwartet, zehn Punkte in einem Zwanzigerpunktfeld quasi-simultan zu erfassen und sich die Aufgabe  $18 - 10 =$  z. B. durch Abdecken der oberen Punktreihe darzustellen und die Aufgabe nicht-zählend zu lösen. Bei der Verwendung von Zählstrategien spielen das Alter sowie Häufigkeit und Art und Weise des Verwendens zählender Prozesse eine Rolle. Zählen ist einerseits ein entwicklungsgemäßer Zugang zur Mathematik, andererseits weist verfestigtes zählendes Rechnen auf grundlegende Schwierigkeiten beim Mathematiklernen hin.

Die allmähliche Ablösung vom zählenden Rechnen stellt einen entscheidenden Schritt für ein langfristig erfolgreiches Mathematiklernen dar. Allerdings reicht es in der Regel nicht aus, Kinder lediglich dazu aufzufordern, nicht mehr zu zählen oder ihre Finger nicht weiter zum Zählen zu nutzen. Die Kinder müssen alternative Strategien zum Zählen (in Einerschritten) aufbauen, welche auf einem fundierten Verständnis von Zahlen und Operationen fußen sowie die Beziehungen zwischen diesen in den Blick nehmen. Kai kann die Aufgabe  $18 - 10 =$  nur dann mit einer alternativen Strategie zum Abzählen von Einzelementen lösen, wenn er die Zahl 18 einerseits als zerlegbar in Teilmengen und diese Teile-Ganzes-Beziehung andererseits im Hinblick auf die Operation „Subtraktion“ deuten kann also:  $18 - 10 = (10 + 8) - 10 = 8 + (10 - 10) = 8$  oder  $18 - 10 = (10 + 8) - (8 + 2) = 10 + (8 - 8) - 2 = 10 - 2 = 8$ . Wie das

Beispiel zeigt, ist nicht-zählendes Rechnen untrennbar verbunden mit dem Nutzen mathematischer Beziehungen, hier dem Zerlegen von Zahlen und dem (zunächst impliziten) Nutzen von Rechengesetzen.

Um sich somit vom zählenden Rechnen zu lösen, ist es notwendig mathematische Strukturen zu erkennen – Kinder müssen eine struktur-fokussierende Sicht auf die mathematischen Zeichen einnehmen. Dies ist nicht weiter verwunderlich, gelten doch Muster und Strukturen als Wesen der Mathematik (Wittmann & Müller, 2008). Doch was sind bei der Ablösung vom zählenden Rechnen die entscheidenden Muster und Strukturen und wie können Kinder angeregt werden, diese in den Blick zu nehmen?

Blickt man auf Malte und Kai, so scheint Malte ein Bild zur Zahl „vier“ verfügbar zu haben. Doch kann er dieses Fingerbild in Relation zu anderen Fingerbildern deuten? Inwieweit sieht er, dass ein Finger weniger gestreckt ist als bei der vollen Hand mit fünf Fingern? Ist ihm deutlich, dass vier Finger auch als zweimal zwei Finger interpretiert werden können? Dies ist im Alter von vier Jahren noch nicht zu erwarten, aber zu Schulbeginn sind das entscheidende Fragen, die einen Umgang mit Anschauungsmitteln prägen sollten.

Kai scheint hingegen die Punkte im Zwanzigerpunktfeld als Einzelelemente wahrzunehmen, ohne die dem Feld zugrunde liegende Struktur zu nutzen. Er gliedert die Anzahl nicht in Teilmengen, die er quasi-simultan erfassen kann. Sowohl zur Bestimmung der Anzahl als auch zur Ausführung der Operation nutzt Kai das Zählen. Zählen scheint somit für ihn einerseits Mittel zur Bestimmung von Anzahlen und andererseits die beim Rechnen präferierte Vorgehensweise zu sein. Auf dem Weg zur Ausbildung alternativer Strategien könnte für Kai ein erster Schritt sein, die Zahl 18 in der Struktur des Zwanzigerfeldes zu deuten und zu erkennen, dass die Anzahl von 18 Punkten in zehn und acht Punkte zerlegt werden kann (auch hierzu gibt es mehrere Möglichkeiten). Zudem muss die Operation Subtraktion als Handlung erfahren und dargestellt werden, um so eine einseitige Interpretation als Rückwärtszählen in Einerschritten abzulösen.

### *Forschungsgegenstand der Arbeit*

In dieser Arbeit wird thematisiert, wie eine Förderung im Mathematikunterricht so gestaltet werden kann, dass Kinder struktur-fokussierend auf Zahlen und Aufgaben blicken und sich in einem Erkennen und Nutzen von Strukturen vom zählenden Rechnen ablösen. Das Forschungsinteresse liegt auf der Entwicklung von Lernumgebungen zur Ablösung vom zählenden Rechnen für den zentralen Ort der mathematischen Förderung - dem regulären Mathematikunterricht. Auf diese Weise soll ein Beitrag zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts geleistet werden.

Neben diesem konstruktiven Interesse liegt ein zweiter, zentraler Forschungsschwerpunkt auf der Analyse der Deutungen von zählend rechnenden

Kindern bzw. von Kindern im Ablöseprozess. Im Fokus steht die Frage, welche Deutungen von mathematischen Mustern zählend rechnende Kinder vornehmen, wie Beziehungen zwischen Zahlen und Aufgaben gedeutet werden, wie die Deutung in der Interaktion mit anderen Kindern konstituiert wird und sich ausdifferenziert oder verändert. Der Blick soll einerseits darauf gerichtet werden, (struktur-fokussierende) Deutungen (zählend rechnender) Kinder in Bezug auf konkrete Aufgabenstellungen genauer zu erfassen und zu charakterisieren. Andererseits wird über die Rekonstruktion der Deutungen eine mögliche Ausdifferenzierung oder Veränderung beim und durch den Umgang mit den Förderbausteinen nachgezeichnet. Dabei soll das theoretische Konstrukt der „struktur-fokussierenden Deutung“ ausgeschärft werden.

### *Aufbau der Arbeit*

Grundlage für die Entwicklung und dann auch die Erforschung von Lernumgebungen ist eine theoretische Fundierung und Analyse des Gegenstandes. Dazu wird diskutiert, inwieweit Zählen und zählendes Rechnen einen entwicklungs-gemäßen Zugang zur Mathematik darstellen und wie verfestigtes zählendes Rechnen davon abgrenzend charakterisiert werden kann. Zudem wird der Zusammenhang zwischen zählendem Rechnen und mathematischen Lernschwächen diskutiert sowie fachdidaktische Überlegungen und empirische Ergebnisse in Hinblick auf eine Förderung der Ablösung vom zählenden Rechnen dargestellt (Kap. 2).

Ein zweiter theoretischer Grundstein für die Entwicklung der Lernumgebungen ist die Auseinandersetzung mit Chancen der Interaktion und Kooperation im Mathematikunterricht. Empirische Studien zeigen, dass bestimmte Formen kooperativen Lernens im Mathematikunterricht erfolgsversprechend sind. Was genau unter Interaktion und Kooperation verstanden wird und welche Formen kooperativen Lernens warum hilfreich beim Mathematiklernen sind, ist Gegenstand von Kapitel 3.

In Kapitel 4 wird das Forschungsinteresse konkretisiert, die für die empirische Arbeit handlungsleitenden Fragen gestellt, das qualitative Design der vorliegenden Studie sowie die Einbindung in das Gesamtprojekt »Zusammenhänge erkennen und besprechen – Rechnen ohne Abzählen« (Zebra) aufgezeigt. Im Kern sollen kooperative Lernumgebungen zur unterrichtsintegrierten Förderung entwickelt und die (struktur-fokussierenden) Deutungen zählend rechnender Kinder bei der (kooperativen) Arbeit mit den Lernumgebungen analysiert werden. Dazu werden fünf Kinderpaare bei der Auseinandersetzung mit den Förderbausteinen videographiert.

Die bei der Konstruktion der Lernumgebungen handlungsleitenden Design-Prinzipien zur Entwicklung der Förderbausteine werden in Kap. 5 erläutert. Zudem werden Aufgaben dargestellt, an denen die Umsetzung exemplarisch aufgezeigt und begründet wird. Neben einem Überblick über die Förderbausteine

ne, werden auch Leitfäden für die durchführenden Lehrkräfte beispielhaft vorgestellt.

In den Kapiteln 6, 7 und 8 werden die Deutungen der zählend rechnenden Kinder und ihrer Partner in der Interaktion rekonstruiert und unter unterschiedlichen Fragestellungen analysiert. Zunächst werden die Chancen in die Umsetzung als kooperatives Lernen betrachtet und die sich in der Interaktion entwickelnden (struktur-fokussierenden) Deutungen untersucht. Querschnittlich werden in Kapitel 7 die Deutungen zählend rechnender Kinder analysiert und untersucht inwieweit Strukturen zwischen Zahlen und Aufgaben im letzten Drittel der Förderung eingenommen werden. Als dritter Analyseschwerpunkt werden die Deutungen der zählend rechnenden Schülerin Mary längsschnittlich betrachtet (Kap. 8). Alle drei Blickrichtungen schließen mit einer Zusammenfassung und Konsequenzen für Unterricht und Forschung in Bezug auf das jeweilige Forschungsinteresse.

Den Abschluss der Arbeit bildet die Zusammenfassung der zentralen Ergebnisse der konstruktiven und rekonstruktiven Fragestellung sowie ein Fazit zur unterrichtsintegrierten, kooperativ organisierten Förderung der Ablösung vom zählenden Rechnen (Kap. 9).